UNIVERSIDAD NACIONAL DE JAÉN

UNIVERSIDAD NACIONAL DE JAÉN

DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

INGENERÍA CIVIL

MONOGRAFÍA

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE TIPO CONTINUO – DISTRIBUCIÓN NORMAL

Autores:

Dra. Rosario Yaqueliny Llauce Santamaria

Dra. Marcela Yvone Saldaña Miranda

Ing. Mario Félix Olivera Aldana

Ciclo Académico: 2024_II

Jaén – Perú, noviembre 2024

Índice

1. Introducción

La distribución normal tiene mucha mayor importancia del resto de distribuciones de probabilidad. Se sabe que es una distribución de variables continuas y su Rango de variación es de -∞ a + ∞. Gauss descubrió esto mientras estudiaba la distribución de dichas deficiencias en indicaciones astronómicas

Su importancia está determinada por tres principales razones: Por un lado, estas distribuciones podrían modelar una gran cantidad de hechos reales, por ejemplo, en casi su totalidad de las propiedades cuantitativas de grandes grupos. además, muchas distribuciones comúnmente utilizadas tienden a estar más cerca a la distribución normal bajo ciertas reglas, según el teorema de límites central todas las variables que pueden ser consideradas causadas por muchos efectos pequeños Como por ejemplo el error de observación, tiene a seguir una distribución.

Para comprender mejor la distribución normal usaremos pequeños gráficos para mostrar los resultados. Medimos la distancia d sí a la estrella, Y está claro que cada distancia observada difiere de la distancia media previamente porque habrá errores de medición en nuestra parte o de nuestros instrumentos.

En teoría el error puede ser tan grande que la distancia de visualización sea más o menos infinita. qué observación y eje cuadrado del mapa que hacemos en el mapa queda registrado. Cuando más lo miramos los diferentes cuadrados se fusionan y forman una determinada forma, y si calculamos la expresión analítica de esta manera obtenemos una función curva que se considera una función de densidad porque tiene el tipo de propiedades anteriores a la función. Este es el origen de las propiedades de la distribución normal Como se muestra en la figura depende de dos parámetros uno es el valor en el centro de la curva y el otro es la distancia desde el valor hasta el punto de inflexión examinaremos la medida y la desviación estándar de estos parámetros más adelante

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Determinar que la distribución continua de tipo normal es útil en problemas de aplicación de la vida diaria en la carrera profesional de ingeniería civil.

2.2. Objetivos Específicos

- Indagar sobre los aspectos más relevantes y la importancia que tiene la distribución continua de tipo normal en la ingeniera civil.

- Analizar la importancia que tiene la distribución de probabilidad continua de tipo normal en el ámbito de la ingeniería civil.
- Reflexionar sobre la importancia que tiene la distribución de probabilidad continua de tipo normal en el ámbito de la ingeniería civil.

3. Desarrollo o Contenido

3.1. Distribuciones de probabilidad continua

Una distribución de probabilidad continua describe la probabilidad de que una variable aleatoria continúa tome el valor en un intervalo determinado, A diferencia de las distribuciones discretas, estas distribuciones son apropiadas para datos que pueden tomar cualquier valor en un Rango continuo

Existen varios tipos:

- Distribución normal estándar
- Distribución t de Student
- Distribución chi cuadrada
- Distribución F
- Distribución Gamma
- Distribución uniforme

3.2. ¿Qué es la distribución normal?

La distribución normal es una distribución de probabilidad que se muestra gráficamente en forma de campana y es homogénea en comparación con su promedio. en el ámbito de la estadística. Se emplea la distribución normal para modelar fenómenos con características muy variadas lo que la hace tan significativa.

En realidad, en el ámbito de la estadística, se ve la distribución normal como las más significativa de todas las distribuciones de probabilidad, ya que no solo permite modelar una extensa variedad de fenómenos reales, sino que también es posible emplear la distribución normal para calcular otras clases de distribuciones bajo ciertas situaciones

La letra N representa la distribución normal para indicar que una variable sigue una distribución normal se utiliza la letra n y su medida aritmética y desviación estándar se incluyen entre paréntesis.

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

La distribución normal tiene diferentes nombres como distribución de Gauss, distribución gaussiana, y distribución Laplace-Gauss.

3.3. ¿Qué es la campana de Gauss?

La campana de gauss tiene como función matemática describir cómo se distribuyen los valores de un conjunto de datos. Su principal característica es su forma simétrica, la cual tiene un parecido a una campana, con la mayor parte de los datos concentrados alrededor de la media, mientras se extiendan gradualmente en ambos extremos, esta función está definida por dos parámetros principales: la media que (representa el punto medio de la distribución) y la desviación estándar (que cuantifica la distribución de los datos alrededor de la media).

Una de las características más distintivas de la campana de Gauss es una simetría. La curva es perfectamente equilibrada ambos lados de la media lo que implica que, si se traza una línea vertical en el punto medio, las áreas a la izquierda y a la derecha serían iguales. eso significa que la mitad de los datos se encuentran por debajo de la media y la otra mitad por encima, lo que facilita la interpretación de los resultados estadísticos. Como se muestra en la siguiente imagen:

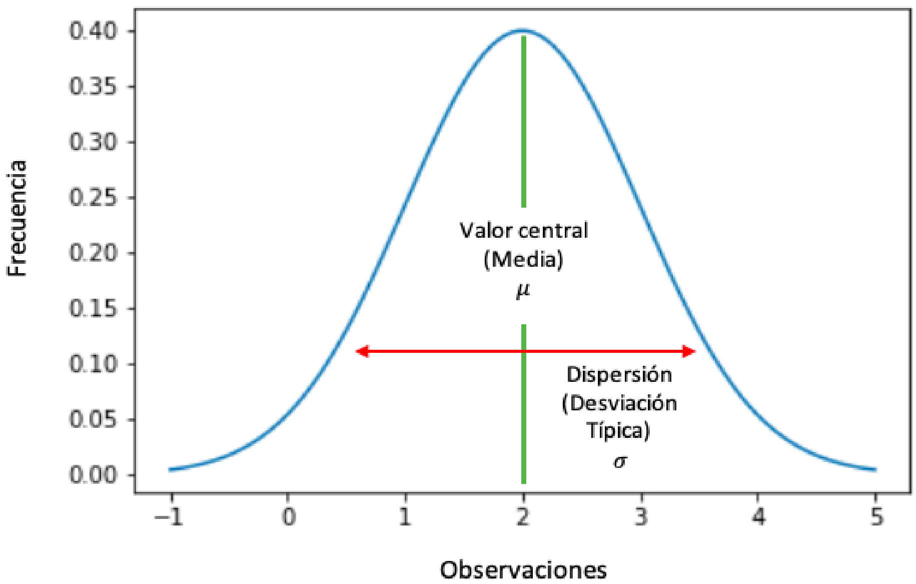


Figura 1: Gráfica distribución normal: Valor central (Media) y Dispersión (Desviación Típica)

Fuente: Economy-pedia. (n.d.).

3.4. Gráfica de la distribución normal

En la siguiente imagen, se observa cómo la forma de la función de densidad de la distribución normal varía en función tanto de su media y desviación estándar.

Figura 2: Gráfica distribución normal

Fuente: Academia Balderix. (sf).

La distribución normal tiene una forma de campana centrada en su media, que corresponde al valor más frecuente. Los datos cercanos a la media son más probables, mientras que los valores extremos son menos frecuentes. Asimismo, un aumento en la desviación estándar hace que la curva se expanda y pierda altura, volviéndose más plana.

3.5. Distribución normal estándar

Se conoce como estandarizada a una distribución normal si su media es cero y su desviación típica o estándar es uno:

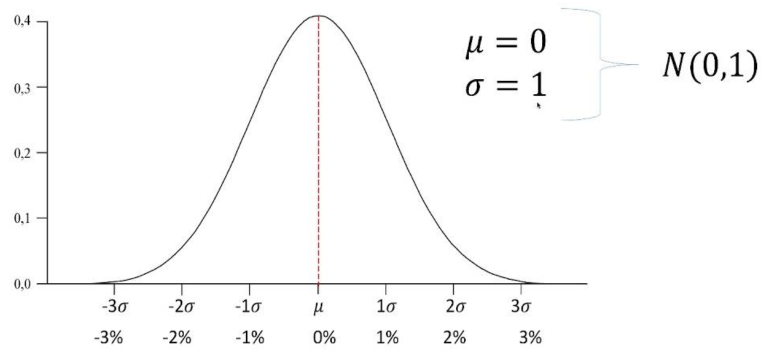


Figura 3: Gráfica distribución normal estandarizada

Fuente: Finanzas U. (2018, mayo 21). Variables aleatorias continuas: Distribución normal.

Los datos de la tabla Z (de la distribución continua normal), brinda datos de las probabilidades para cualquier variable Z, siendo el promedio o media igual a 0 y una varianza igual a 1.

En términos matemáticos, la probabilidad está compuesta por una fórmula o función de densidad, que se expresa mediante:

$$P[X = x] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

donde:

- f(x) es un valor que se asemeje a x,
- μ señala el promedio o media de una distribución normal cualquiera.
- σ es igual a la desviación típica o estándar, donde esta evalúa la variabilidad de los datos en torno al promedio,
- e es la cifra de Euler, fundamento de los logaritmos naturales (cerca de 2.718),
- π es una invariable en matemáticas.

Es importante entender que, si tienes una variable x que sigue cierta distribución, puedes transformarla en una nueva variable z con una distribución normal estándar. Solo necesitas aplicar una fórmula para que z tenga un medio de 0 y una desviación estándar de 1. Esto hace que sea más fácil comparar y analizar los datos (Pértegas Díaz, 2001).

La transformación de cualquier valor de una distribución cualquiera (del tipo normal) a una distribución estándar se logra mediante la fórmula de estandarización:

$$z = \frac{(x_i - \mu)}{\sigma}$$

donde:

- X es el valor específico de la variable en la distribución original.
- μ es el promedio de la distribución original.
- σ es la medida de dispersión, esta va a indicar cuánto se separan los valores de los medios en la distribución original.
- Z es el puntaje que indica cuantas desviaciones estándar se encuentra un valor de los medios en la distribución estándar.

La normalización consiste en poder modificar los datos de manera, que presenten una desviación típica o estándar de 1 y un promedio igual a cero, lo que simplifica su estudio y facilita su cálculo. Este procedimiento es beneficioso para contrastar y determinar probabilidades entre distintos grupos de datos, independientemente de sus medios iniciales. Al implementar la normalización, se obvian las variaciones de escala, lo que va a permitir que los valores se adecuen a una referencia común. Así, se pueden calcular las probabilidades con mayor exactitud, proporcionando una interpretación homogénea de los datos.

Una vez calculado el puntaje Z, es posible utilizar la "tabla Z", un instrumento que alberga las probabilidades acumuladas para valores normalizados de una distribución normal.

Esta tabla va a facilitar y evitar estar realizando las operaciones una y otra vez.

- La tabla Z está basado en los resultados de la ecuación general de la distribución normal, que tiene una desviación estándar igual a uno y una media de cero y. La tabla muestra la probabilidad acumulada desde el valor de Z=−∞ a Z = +∞ hasta un valor específico de z que se consulte.
- Por ejemplo, si el puntaje z es 1.65, buscamos ese valor en la tabla Z para saber la probabilidad acumulada hasta ahí, que es aproximadamente 0.9505. Esto significa que hay un 95.05% de posibilidad que la variable adquiera un valor menor o igual que el que corresponde a un puntaje z de 1.65.
- La tabla Z es muy importante en estadística, especialmente para pruebas de hipótesis y cálculos de intervalos de confianza. Nos ayuda a calcular de forma rápida la probabilidad de ciertos eventos en una población que sigue una distribución normal, sin tener que resolver complicadas fórmulas de probabilidad. Esto hace que los análisis sean más fáciles y útiles en áreas como psicología, economía, ingeniería y muchas otras que usan datos y probabilidad para tomar decisiones.
- En general, el valor de z nos dice cuántas veces se repite la desviación estándar entre el promedio y un valor específico de la variable x. En otras palabras, z muestra cuánta distancia hay entre un valor y el promedio, pero en unidades de desviaciones estándar.

Ejemplo.

Imaginemos un grupo de personas cuya edad 26 años es su promedio y con una variabilidad de 3,87 años. Queremos conocer el valor de z para una persona que tiene 30 años. El valor de z que corresponde será:

$$z = \frac{(x_i - \mu)}{\sigma}$$

$$z = \frac{(30 - 26)}{3.87}$$

$$z = 1.033$$

Interpretación: El valor de z nos muestra cuántas veces se repite la desviación entre el promedio y un valor específico de la variable x, medido en desviaciones estándar. Es decir, indica cuanto se aleja un valor respecto al promedio, pero expresado en desviaciones estándar. Es una forma de medir qué tan lejos o cerca es un valor del promedio en una escala común

3.6. Características de la distribución normal

- Esta distribución, es una alternativa de representar las probabilidades y depende de dos elementos principales: la desviación estándar definida por (σ) y la media (μ), los cuales conforman su forma y dispersión.

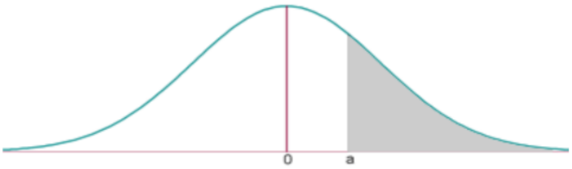
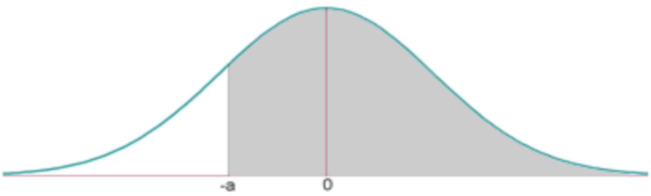
$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

- Esta modalidad de distribución puede abarcar tanto valores positivos como negativos, abarcando de esta manera todo el conjunto de cifras reales.
- La forma que presenta, es similar a la de una campana.
- Tiene simetría respecto a la línea vertical, que viene a ser la media.
- Su máximo nivel alcanzado es la media, o promedio.
- La media en este caso viene a ser igual a la mediana y la moda.
- Mientras mayor sea su desviación estándar, los datos vas a estar más dispersos, es decir la gráfica se va a notar más ancha, y caso contrario, si su desviación estándar es menor, la gráfica va a ser más angosto, los valores van a estar más centrados en la media. Dagnino, J. (2014).

La distribución normal se grafica en la forma de una campana, pero que no toca los valores de la abscisa, esta se enfoca en el promedio o media, lo que significa que este es el valor que sucede con mayor frecuencia. Los valores que se aproximan al promedio son los más comunes, en cambio, los números que se encuentran en los extremos son menos repetidos. Cuando aumenta la desviación estándar, la gráfica o mejor dichos las curvas se extienden y se alarga, mostrando una dispersión más amplia de los datos. Esto muestra que, al incrementar la variabilidad, los valores se encuentran más dispersos en comparación con la media. Se puede decir que el diseño y la longitud de la campana ilustran la distribución en torno al promedio o también llamado media.

3.7. Propiedades de la distribución normal

GRÁFICAS	**INTERPRETACIÓN**

1. $\boldsymbol{P(Z \leq a)}$  $P(Z \leq 1.47) = 0.9292$	Esta grafica muestra la probabilidad acumulada de la variable aleatoria Z, que es menor o igual a 1.47. La región sombreada a la izquierda de Z=1.47 muestra esta probabilidad. Resultado: Significa que el 92.92% de los valores de Z están por debajo de 1.47.
2. $\boldsymbol{P(Z > a) = 1 - P(Z \leq a)}$  $P(Z > 1.47) = 1 - P(Z \leq 1.47) = 1 - 0.9292 = 0.0708$	Está grafica representa la probabilidad de que Z sea mayor que 1.47, por ende, está sombreado la región derecha. Para su cálculo, se debe resta 1 menos la probabilidad menor que z, que va a ser equivalente al área sombreada. Como está en la fórmula.
3. $\boldsymbol{P(Z \leq -a) = 1 - P(Z \leq a)}$  $P(Z \leq -1.47) = 1 - P(Z \leq 1.47) = 1 - 0.9292 = 0.0708$	Esta probabilidad nos dice que z sea menor o igual a -1.47, por ello se sombrea la parte izquierda de a. Como en la tabla z solo hay probabilidades positivas, tenemos que trasladar esa sección al otro lado, por la simetría que existe, y de igual manera, a la unidad le restamos la probabilidad menos a 1.47, resultando el área que nos piden.
4. $\boldsymbol{P(Z > -a) = P(Z \leq a)}$  $P(Z > -1.47) = P(Z \leq 1.47) = 0.9292$	Esta probabilidad representa que esta indique que Z sea mayor que -1.47. Usando simetría de la distribución, esta probabilidad indica que es igual a menos que 1.47. Que va a ser lo mismo al área original.

5. $\boldsymbol{P(a < Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)}$  $P(0.45 < Z \leq 1.47) = P(Z \leq 1.47) - P(Z \leq 0.45)$ $= 0.9292 - 0.6736 = 0.2556$	En esta gráfica representa la probabilidad de que Z esté entre 0.45 y 1.47. Esto se obtiene restando la probabilidad acumulada hasta 0.45 de la probabilidad acumulada hasta 1.47. Dando como resultado 0.2556. También se expresa como el 25.56% de los valores de Z que está entre ese rango.
6. $\boldsymbol{P(-b < Z \leq -a) = P(a < Z \leq b)}$  $P(-1.47 < Z \leq 0.45)$ $= P(Z \leq 0.45) - [1 - P(Z \leq 1.47)]$ $= 0.6736 - (1 - 0.9292) = 0.6028$	Representa la probabilidad de que Z esté entre -1.47 y 0.45. Usando la simetría de la distribución, es equivalente a calcular $\boldsymbol{P(0.45 < Z \leq 1.47)}$pero reflejado a valores negativos.

3.8. La Regla empírica

La regla empírica de la normal, es también conocida como la regla 68-95-99.7, donde establece que, en un conjunto de datos de la distribución normal, los valores se distribuyen de tres maneras (Prieto,2015).

- El 68% de los valores se encuentran a una desviación estándar de acuerdo a la media.
- El 95% de los valores se encuentran dentro de dos desviaciones estándar de acuerdo a la media
- El 99.7% de los valores está comprendido dentro de tres desviaciones estándar de acuerdo a la media

Además, se pueden expresar con las siguientes fórmulas:

$$P(\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma) \approx 0.6827$$

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$$

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$$

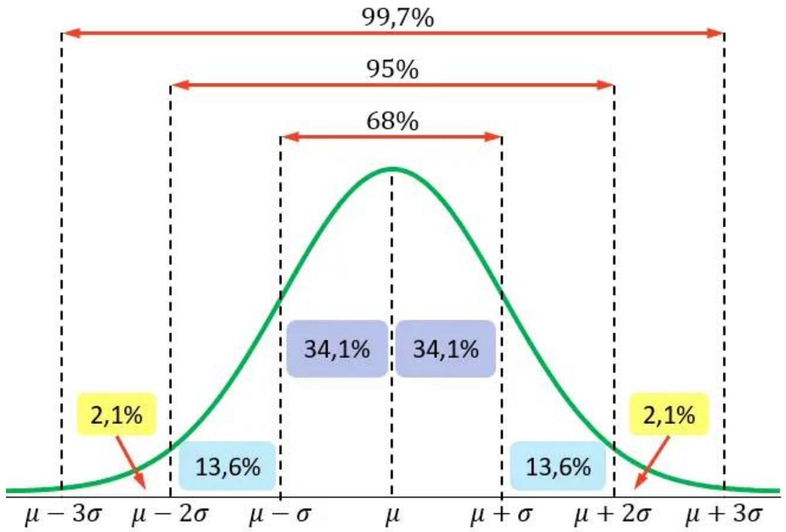


Figura 4: Gráfica de la Regla Empírica

Fuente: Academia Balderix. (sf). Regla empírica: Definición y ejemplos.

3.9. Ejemplos aplicados a la Carrera Profesional de Ingeniería Civil

3.9.1. Variación en la resistencia a la compresión del concreto

En un proyecto de construcción, se utiliza concreto con una resistencia a la compresión que sigue una distribución normal con una media de 40 MPa y una desviación estándar de 4 MPa. Es necesario garantizar que las muestras de concreto cumplan con un estándar mínimo de 35 MPa, y también se desea conocer la proporción de muestras que podrían exceder 48 MPa.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia sea menor a 35 MPa?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia pueda exceder 48 MPa?

Solución:

a) Probabilidad de que la resistencia sea menor a 35 MPa.

Datos:

$\mu = 40$

$\sigma = 4$

$x = 35$

- Para convertir el valor de x a valor Z utilizamos la siguiente fórmula de estandarización:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- Remplazamos con nuestros datos:

$$Z = \frac{35 - 40}{4} = -1.25$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = - 1.25

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319

El valor del área bajo la curva normal es: 0.3944

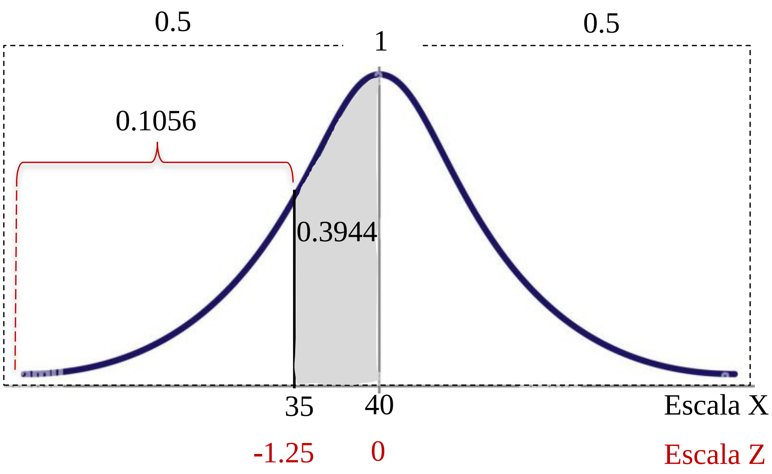
Entonces:

- Para poder determinar la probabilidad de que la resistencia sea menor a 35 MPa realizamos la siguiente operación:

$$0.5 - 0.3944 = 0.1056$$

Interpretación: La probabilidad de que la resistencia sea menor a 35 MPa es de 0.1056 o 10.56%

Representación gráfica de nuestro ejercicio:



b) Probabilidad de que la resistencia pueda exceder 48 MPa

Datos:

$\mu = 40$

$\sigma = 4$

$x = 48$

- Remplazamos nuestros datos en la fórmula:

$$Z = \frac{48 - 40}{4} = 2$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = 2

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.4772

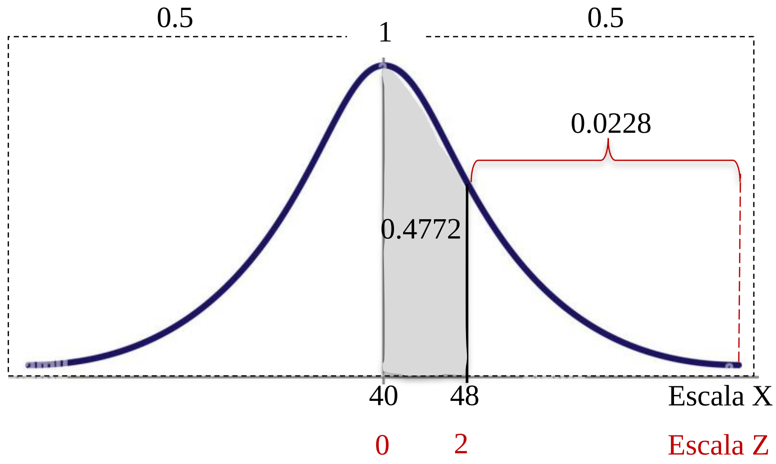
Entonces:

- Para poder determinar la probabilidad de que la resistencia pueda exceder 48 MPa realizamos la siguiente operación:

$$0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

Interpretación: La probabilidad de que la resistencia pueda exceder 48 MPa es de 0.0228 o 2.28%

Representación gráfica de nuestro ejercicio:



3.9.2. Control de calidad en el espesor de pavimento:

Durante la construcción de una carretera, se exige que el espesor promedio de la capa de asfalto sea 10 cm con una tolerancia (desviación estándar) de 0.5 cm. Las autoridades requieren que al menos el 95% de las mediciones de espesor estén entre 9 cm y 11 cm.

¿Cuál es la probabilidad de que el espesor de la capa de asfalto esté entre 9 y 11 cm?

Solución:

Datos:

$\mu = 10$

$\sigma = 0.5$

$x_1 = 9$

$x_2 = 11$

Remplazamos nuestros datos en la fórmula de estandarización:

- Para 9 cm:

$$Z = \frac{9 - 10}{0.5} = -2$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = -2

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.4772

- Para 11 cm:

$$Z = \frac{11 - 10}{0.5} = 2$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = 2

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.4772

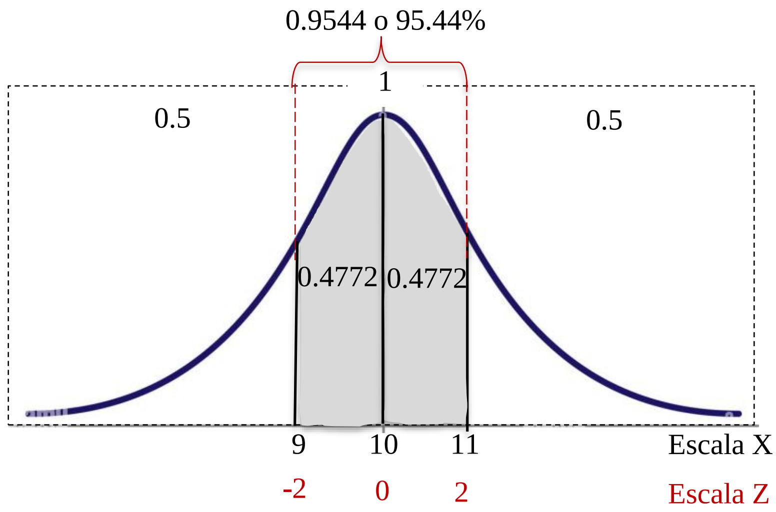
Entonces:

- Para poder determinar la probabilidad de que el espesor de la capa de asfalto esté entre 9 y 11 cm realizamos la siguiente operación:

$$0.4772 + \ 0.4772 \ = \ 0.9544$$

Interpretación: La probabilidad de que el espesor de la capa de asfalto esté entre 9 y 11 cm es de 0.9544 o 95.44%, es decir, si cumple con lo requerido.

Representación gráfica de nuestro ejercicio:



3.9.3. Carga máxima en una columna de un edificio:

En el diseño de un edificio, la carga promedio que soportan las columnas de un piso tiene una media de 250 toneladas con una desviación estándar de 20 toneladas. Se desea calcular la probabilidad de que la columna soporte una carga superior a 280 toneladas, lo cual podría ser riesgoso para la estabilidad del edificio.

¿Cuál es la probabilidad de que la columna soporte una carga superior a 280 toneladas?

Solución:

Datos:

$\mu = 250$

$\sigma = 20$

$x = 280$

- Para convertir el valor de x a valor Z utilizamos la siguiente fórmula de estandarización:

$$Z = \frac{x - \ \mu}{\sigma}$$

- Remplazamos con nuestros datos:

$$Z = \frac{280 - \ 250}{20} = 1.5$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = 1.5

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545

El valor del área bajo la curva normal es: 0.4332

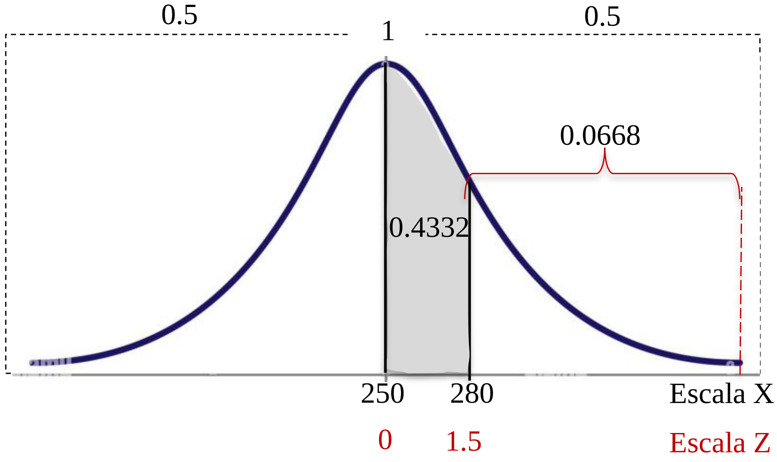
Entonces:

- Para poder determinar la probabilidad de que la columna soporte una carga superior a 280 toneladas realizamos la siguiente operación:

$$0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

Interpretación: La probabilidad de que la columna soporte una carga superior a 280 toneladas es de 0.0668 o 6.68%

Representación gráfica de nuestro ejercicio:



3.9.4. Variación en la densidad de material para compactación de suelo:

En un proyecto de construcción de cimientos, se necesita asegurar una densidad promedio de 1800 k/m^3. en la compactación del suelo con una tolerancia (desviación estándar) de 50 k/m^3.

¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de suelo tenga una densidad entre 1750 k/m^3. y 1850 k/m^3. para asegurar una compactación adecuada.

Solución:

Datos:

$\mu = 1800$

$\sigma = 50$

$x_1 = 1750$

$x_2 = 1850$

Remplazamos nuestros datos en la fórmula de estandarización:

- Para 1750 k/m^3:

$$Z = \frac{1750 - 1800}{50} = -1$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = -1

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.3413

- $1850\ k/m^3$:

$$Z = \frac{1850 - 1800}{50} = 1$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = 1

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.3413

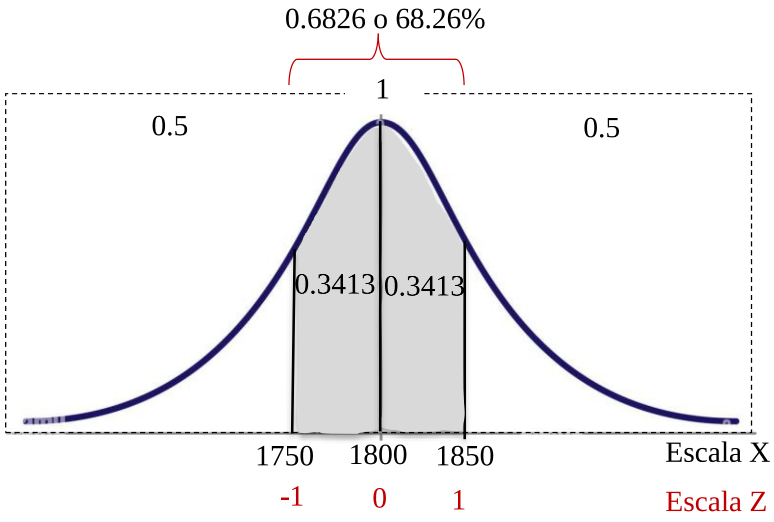
Entonces:

- Para poder determinar la probabilidad de que una muestra de suelo tenga una densidad entre 1750 k/m^3. y 1850 k/m^3 realizamos la siguiente operación:

$$0.3413 + 0.3413 = 0.6826$$

Interpretación: La probabilidad de que una muestra de suelo tenga una densidad entre 1750 k/m^3. y 1850 k/m^3 es de 0.6826 o 68.26%.

Representación gráfica de nuestro ejercicio:



3.9.5. Altura de niveles de agua en presas:

En el diseño y monitoreo de una presa, se registra el nivel de agua que sigue una distribución normal con una media de 50 m y una desviación estándar de 3 m. Seguido se desea calcular la probabilidad de que el nivel de agua esté en 46 m y 53 m para probar el impacto en la estabilidad de la estructura.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el nivel de agua esté entre 46m y 53m?

Solución:

Datos:

$\mu = 50$

$\sigma = 3$

$x_1 = 46$

$x_2 = 53$

Remplazamos nuestros datos en la fórmula de estandarización:

- Para 46m:

$$Z = \frac{46 - 50}{3} = -1.33$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = -1.33

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.4082

- Para 53m:

$$Z = \frac{53 - 50}{3} = 1$$

- Consultamos la Tabla Z o Tabla de Áreas bajo la curva normal para: Z = 1

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0174	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

El valor del área bajo la curva normal es: 0.3413

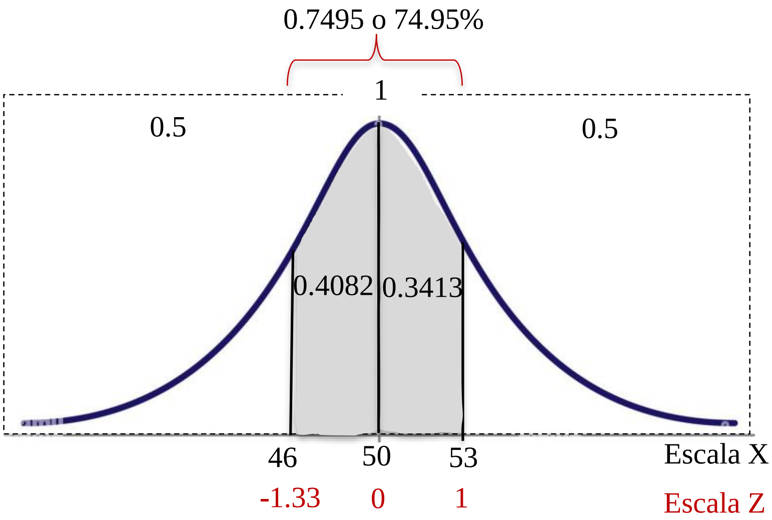
Entonces:

- Para poder probabilidad de que el nivel de agua esté entre 46m y 53m realizamos la siguiente operación:

$$0.4082 + 0.3413 = 0.7495$$

Interpretación: La probabilidad de que el nivel de agua esté entre 46m y 53m es de 0.7495 o 74.95%.

Representación gráfica de nuestro ejercicio:



4. Conclusiones

- La distribución normal proporciona características matemáticas que facilitan el estudio de los datos. Debido a su simetría, que se establece totalmente a través de su media y desviación estándar, se pueden llevar a cabo análisis complejos de forma más simple, posibilitando inferencias exactas sobre la población a partir de muestras.

- La distribución de probabilidad continua normal es fundamental para modelar la incertidumbre en la ingeniería civil, ya que muchas variables en proyectos de construcción, como la resistencia de materiales o las cargas estructurales, siguen un comportamiento que se aproxima a esta distribución. Esto permite a los ingenieros predecir con mayor precisión el comportamiento de estos factores, contribuyendo a un diseño más fiable y seguro.

- Con respecto a la ingeniería civil, el estado de los materiales (como el concreto, el acero o los suelos) pueden variar en ciertos rangos. La distribución normal es útil para ilustrar esta diversidad, lo que permite a los ingenieros ajustar los diseños estructurales y los cálculos de seguridad, optimizando los recursos y garantizando la fiabilidad de los edificios.

5. Referencias Bibliográficas

Academia Balderix. (sf). Regla empírica: Definición y ejemplos. Recuperado de: https://www.probabilidad.probabilidadyestadistica.net//regla -empírica/.

Dagnino, J. (2014). La distribución normal. Rev Chil Anest, 43, 116-121. Recuperado de: http://www.revistachilenadeanestesia.cl/PII/revchilanestv43n02.08.pdf.

Distribución de probabilidad continua. Probabilidad y Estadística. Recuperado de https://www.probabilidadyestadistica.net/distribucion-de-probabilidad-continua/.

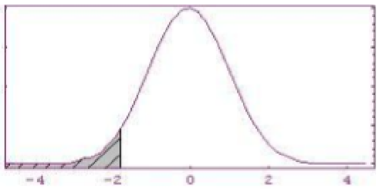
Finanzas U. (2018, mayo 21). Variables aleatorias continuas: Distribución normal. Probabilidad [Video]. YouTube. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=WB_ZQjeaL68.

Pértegas Díaz, S., & Pita Fernández, S. (2001). La distribución normal. Cad Aten Primaria, 8, 268-274. Recuperado de: https://www.fisterra.com/GESTOR/UPLOAD/GUIAS/DISTR_NORMAL2.PDF.

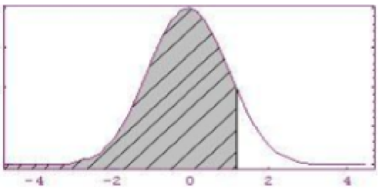
Prieto, A. F. (2015). Distribuciones de probabilidad. Universidad de Cundinamarca. Recuperado de: http://www. academia. edu/19517058/Distribuciones_discretas_y_continuas.

QuestionPro. (s.f.). Campana de Gauss: Qué es, características y ejemplo. Recuperado de https://www.questionpro.com/blog/es/campana-de-gauss-que-es-caracteristicas-y-ejemplo/.

6. Anexos (Tabla Distribución Normal Estándar - Z)



Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
-1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
-0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414



Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997