

PROBABILIDADES

Definición

Probabilidad clásica: La probabilidad clásica es conocida como probabilidad a priori, es un método para calcular probabilidad de un evento cuando todos los resultados posibles son igualmente probables Triola (2004).

$$\text{Probabilidad (A)} = \frac{n^\circ \text{ de casos favorables de A}}{n^\circ \text{ total de casos posibles}}$$

Experimento Aleatorio: Un proceso que lleva a un resultado incierto (Evans, 2018).

Espacio Muestral (Ω): Conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio (Bolívar et al., 2020).

Evento (A): Subconjunto del espacio muestral. Un evento puede contener uno o más resultados (Evans, 2018).

Propiedades de la probabilidad:

- Propiedad de no negatividad: $0 \leq P(A) \leq 1$
- Probabilidad del Espacio Muestral: $P(S) = 1$
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Reglas de probabilidad

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B/A) \quad ; \quad P(A \cap B) = P(B) * P(A/B)$$

Eventos A y B son independientes si:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Reglas de la suma

Si A y B son mutuamente excluyentes, que ocurra A o B es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

La probabilidad de que ocurra al menos un evento

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

La probabilidad condicional: Es la probabilidad de que un evento suceda, bajo la condición de que otro evento ya ha ocurrido (De la Fuente Solana & Batanero, 2004).

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad ; \quad P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Teorema de Bayes y Probabilidad total

$$P(A/B) = \frac{P(A) * P(B/A)}{P(B)} \quad ; \quad P(A_i/B) = \frac{P(A_i) * P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) * P(B/A_i)}$$

EJERCICIOS RESUELTOS:

Ejercicio 1

En un almacén de materiales de construcción, hay un total de 100 bloques de hormigón. De estos, 25 son de alta resistencia, 35 son de resistencia media, y 40 son de baja resistencia. Si se selecciona un bloque al azar, calcula la probabilidad de que:

- El bloque seleccionado sea de alta resistencia.
- El bloque seleccionado sea de resistencia media.
- El bloque seleccionado no sea de baja resistencia.

Solución:

a) Probabilidad de que el bloque sea de alta resistencia:

- Número de bloques de alta resistencia = 25
- Número total de bloques = 100

Usando

$$\text{Probabilidad (A)} = \frac{n^\circ \text{ de casos favorables de A}}{n^\circ \text{ total de casos posibles}}$$

$$P(\text{Alta resistencia}) = \frac{25}{100} = 0.25$$

Por lo tanto, la probabilidad de que el bloque seleccionado sea de alta resistencia es 0.25 (25%).

b) Probabilidad de que el bloque sea de resistencia media:

- Número de bloques de resistencia media = 35
- Número total de bloques = 100

$$P(\text{Resistencia media}) = \frac{35}{100} = 0.35$$

Por lo tanto, la probabilidad de que el bloque seleccionado sea de resistencia media es 0.35 (35%).

c) Probabilidad de que el bloque no sea de baja resistencia:

Número de bloques que no son de baja resistencia =
Número total de bloques - Número de bloques de baja resistencia = 100 - 40 = 60

$$P(\text{No baja resistencia}) = \frac{60}{100} = 0.60$$

Por lo tanto, la probabilidad de que el bloque seleccionado no sea de baja resistencia es 0.60 (60%).

Ejercicio 2

En un estudio de suelo para una nueva carretera, se sabe que hay tres tipos de suelo posibles: arcilla, arena y grava. La probabilidad de encontrar arcilla es 0.5, la probabilidad de encontrar arena es 0.3 y la probabilidad de encontrar grava es 0.2. Si se toma una muestra de suelo, calcula la probabilidad de que la muestra sea de arcilla o arena.

Solución:

Sea C el evento de encontrar arcilla y A el evento de encontrar arena.

$$P(C \cup A) = P(C) + P(A)$$

PROBABILIDADES

$$P(C \cup A) = 0.5 + 0.3 = 0.8$$

La probabilidad de que la muestra sea de arcilla o arena es de 0.8.

Ejercicio 3

En una obra de construcción, hay dos tipos de inspección para evaluar la calidad de las vigas: una inspección visual y una inspección mediante pruebas de resistencia. Se sabe que:

- La probabilidad de que una viga falle la inspección visual (V) es del 8%.
- La probabilidad de que una viga falle la inspección de resistencia (R) es del 6%.
- La probabilidad de que una viga falle ambas inspecciones ($V \cap R$) es del 3%.

Calcula la probabilidad de que una viga falle al menos una de las inspecciones.

Solución:

Queremos encontrar $P(V \cup R)$, la probabilidad de que una viga falle al menos una de las inspecciones.

Utilizamos la fórmula de la unión de dos eventos:

$$P(V \cup R) = P(V) + P(R) - P(V \cap R)$$

$$P(V \cup R) = 0.08 + 0.06 - 0.03$$

$$P(V \cup R) = 0.11$$

Por lo tanto, la probabilidad de que una viga falle al menos una de las inspecciones es 0.11 (11%).

Ejercicio 4

En una obra de construcción, se sabe que la probabilidad de que un lote de hormigón no cumpla con las especificaciones de resistencia es del 5%. Si se seleccionan 4 lotes de hormigón al azar, calcula la probabilidad de ninguno de los lotes falle:

Solución:

Sea A el evento de que un lote no cumpla con las especificaciones.

$$P(A) = 0.05 \text{ y } P(A^c) = 0.95$$

La probabilidad de que ninguno de los lotes falle es la probabilidad de que los 4 lotes cumplan con las especificaciones:

$$P(\text{ninguno falle}) = P(A^c \cap A^c \cap A^c \cap A^c)$$

$$P(A^c)^4 = 0.95^4 = 0.8145$$

Ejercicio 5

En un sitio de construcción, hay preocupación por la posible contaminación del suelo. Se sabe que el 5% de las áreas del sitio están contaminadas con sustancias peligrosas. Una prueba de laboratorio tiene una tasa de falsos positivos del 4% (la probabilidad de que la prueba indique contaminación cuando no la hay) y una tasa de verdaderos positivos del 98% (la probabilidad de que la prueba indique contaminación cuando realmente hay contaminación).

Si se selecciona una muestra al azar y la prueba de laboratorio indica contaminación, ¿cuál es la probabilidad de que realmente haya contaminación en esa área?

Solución:

Denotamos los eventos de la siguiente manera:

- C: El área está contaminada.
- T: La prueba indica contaminación.

Datos:

- $P(C) = 0.05$
- $P(C^c) = 1 - 0.05 = 0.95$
- $P(T/C) = 0.98$
- $P(T/C^c) = 0.04$

Queremos encontrar $P(C/T)$, usando el teorema de Bayes:

$$P(C/T) = \frac{P(T/C) * P(C)}{P(T)}$$

Primero, necesitamos calcular $P(T)$

$$P(T) = P(T/C) * P(C) + P(T/C^c) * P(C^c)$$

$$P(T) = (0.98 * 0.05) + (0.04 * 0.95) = 0.087$$

Ahora, podemos calcular $P(C/T)$

$$P\left(\frac{C}{T}\right) = \frac{0.98 * 0.05}{0.087} = 0.5632$$

Por lo tanto, la probabilidad de que realmente haya contaminación en el área dado que la prueba de laboratorio indicó contaminación es aproximadamente 56.32%.

EJERCICIOS PROPUESTOS:

1. En un proyecto de construcción, se utiliza un martillo que tiene dos caras diferentes: una cara plana y una



PROBABILIDADES

cara texturizada. Si lanzas el martillo al aire y dejas que caiga, ¿cuál es la probabilidad de que caiga con la cara plana hacia arriba?

Rpta: 0.5

2. En un proyecto de construcción, se están evaluando 6 tipos distintos de muestras de suelo para verificar su adecuación para la cimentación. Las muestras están etiquetadas del 1 al 6. Si eliges una muestra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la muestra elegida sea la número 3?

Rpta: 0.167

3. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la muestra seleccionada sea menor que 5?

Rpta: 0.667

4. Se dispone de muestras de suelo para análisis. Hay 3 muestras de terrenos con vegetación densa (verde), 5 muestras de terrenos con alto contenido de arcilla (rojo) y 2 muestras de terrenos con presencia de agua subterránea (azul). Si se selecciona una muestra al azar, Determinar la probabilidad de que la muestra seleccionada sea de un terreno con presencia de agua subterránea

Rpta: 0.2

5. Se dispone de muestras de suelo para análisis. Hay 3 muestras de terrenos con vegetación densa (verde), 5 muestras de terrenos con alto contenido de arcilla (rojo) y 2 muestras de terrenos con presencia de agua subterránea (azul). Determinar la probabilidad de que la segunda sea verde, dado que no reponen las muestras.

Rpta: 0.333

6. Se tienen muestras de diferentes tipos de hormigón numeradas del 1 al 10 según su resistencia. Si se escoge una muestra al azar para realizar pruebas de resistencia, Determinar la probabilidad de que la muestra seleccionada provenga de un tipo de hormigón con una resistencia par

Rpta: 0.5

7. Se dispone de una caja con 4 tipos de tornillos de igual cantidad, donde hay 52 tornillos en total. Si se selecciona un tornillo al azar para inspeccionar su calidad, Determinar la probabilidad de que el tornillo seleccionado sea de acero inoxidable

Rpta: 0.25 o 1/4

8. Si se sabe que por cada tipo de tornillo están pintados de 13 colores diferentes ¿Cuál es la probabilidad de que, al extraer un tornillo de la caja de 52 tornillos, esta sea de carbono de color rojo?

Rpta: 1/52 o 0.0192

9. Se utiliza un martillo que tiene dos caras diferentes: una cara plana y una cara texturizada. Se arroja 2 veces el martillo, Determinar la probabilidad de obtener 2 caras planas.

Rpta: 0.25 o 1/4

10. En un curso de ingeniería civil con 60 estudiantes, 37 de ellos prefieren usar acero en estructuras y 38 prefieren concreto reforzado. Además, cada estudiante tiene una preferencia por al menos uno de estos materiales. Si se elige un estudiante al azar:

- a) Determinar la probabilidad de que al estudiante le guste solo el uso de acero en estructuras
b) ¿Y solo el uso de concreto reforzado?

Rptas: a) 0.3637 b) 0.3833

11. En un proyecto de construcción, se ha observado que la probabilidad de que una técnica de construcción específica tenga éxito es del 83%. Si se aplica esta técnica en un nuevo proyecto, ¿cuál es la probabilidad de que falle?

Rpta: 0.17

12. En un proyecto de ingeniería civil, hay un equipo de 15 personas, que incluye 7 hombres y 8 mujeres. Se quiere formar un comité de 2 personas. Determinar la probabilidad de que el comité esté compuesto por un hombre y una mujer.

Rpta: 56/105 o 0.533

13. En un proyecto de construcción, un contratista, Juan, colabora con dos proveedores de materiales, Marta y Luis. La probabilidad de que Juan trabaje con Marta es del 70%, y la probabilidad de que trabaje con Luis es del 60%. Si la probabilidad de que Juan trabaje con Marta o Luis es del 80%, ¿cuál es la probabilidad de que Juan trabaje con ambos al mismo tiempo?

Rpta: 0.5

14. En un proyecto de construcción, un contratista utiliza dos tipos de materiales, por ejemplo, concreto y acero. El 65% de los proyectos emplean concreto, el 70% emplean acero, y el 80% emplean concreto o acero. ¿Cuál es la probabilidad de que un proyecto emplee ambos materiales simultáneamente?

Rpta: 0.55

15. Una empresa constructora está realizando una evaluación de un terreno de 3 hectáreas para determinar la calidad del suelo antes de iniciar un



PROBABILIDADES

proyecto de construcción. Los estudios previos han establecido las siguientes probabilidades:

- $P(\text{Suelo de buena calidad}) = 0.60$
- $P(\text{Suelo de mala calidad}) = 0.25$
- $P(\text{Suelo de calidad regular}) = 0.15$

Calcular la probabilidad de encontrar un suelo de buena calidad y regular en el mismo terreno.

Rpta: 0.66

16. En un almacén de suministros para construcción, se tienen los siguientes materiales disponibles:

- 3 unidades de concreto premezclado
- 2 unidades de acero estructural
- 4 unidades de ladrillos
- 1 unidad de madera tratada

Calcular la probabilidad de elegir un material al azar que esté conformado de concreto premezclado, ladrillos o madera tratada.

Rpta: 0.8

17. En un proyecto de construcción, se evalúan las preferencias de dos tipos de materiales estructurales: concreto y acero. La probabilidad de que un ingeniero prefiera utilizar concreto es del 65%, la probabilidad de que prefiera utilizar acero es del 70%, y la probabilidad de que prefiera utilizar tanto concreto como acero es del 55%. ¿Cuál es la probabilidad de que a un ingeniero le guste utilizar concreto, dado que prefiere utilizar acero?

Rpta: 0.7857

18. En un depósito de materiales para construcción, hay dos tipos principales de materiales: tipo A y tipo B. El 40% de los materiales son del tipo A y el 60% son del tipo B. Del tipo A, el 30% son de un proveedor específico, mientras que del tipo B, el 40% provienen de otro proveedor. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar aleatoriamente un material que provenga del proveedor específico?

Rpta: 0.36

19. En un sitio de construcción, se evalúa la integridad de los materiales utilizados. El 30% de los materiales son inspeccionados para garantizar su calidad (para obtener certificaciones de calidad). Además, el 15% de los materiales inspeccionados son de proveedores locales. La probabilidad de que un material inspeccionado sea de un proveedor local, dado que fue inspeccionado, es del 40%. Calcular la probabilidad de que un material inspeccionado sea de un proveedor local, dado que fue inspeccionado.

Rpta: 0.4

20. En una fábrica de elementos prefabricados para construcción, se produce un total de 1500 vigas. A continuación, se muestra la tabla que detalla la calidad de las vigas producidas:

	Buenas	Defectuosas	Total
Tipo A	950	59	1000
Tipo B	500	100	600
Total	1450	150	1600

- ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar aleatoriamente una viga del Tipo A
- Dado que se selecciona una viga al azar, Encontrar la probabilidad de que sea defectuosa
- Si se elige una viga del Tipo B al azar, Encontrar la probabilidad de que sea buena

d) Encontrar la probabilidad de que una viga seleccionada al azar sea del Tipo B, dado que es defectuosa

Rptas: a) 0.625 b) 0.09375 c) 0.833 d) 0.667

BIBLIOGRAFÍA

Triola, M. F. (2004). *Probabilidad y estadística*. Pearson Educación.

De la Fuente Solana, E. I., & Batanero, M. C. D. (2004). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales»*, 59, 245-260. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1255895>

Bolívar, L. M. A. V., Saavedra, C. X. C., & Grajales, R. J. R. (2020). Espacio muestral en la teoría de la probabilidad. *revistas.ufps.edu.co*. <https://doi.org/10.22463/27111015X.3445>

Evans, M. J. (2018). *Probabilidad y estadística: La ciencia de la incertidumbre*. Reverte.

Autores:

Mg. Rosario Yaquelin Y Llauce Santamaria

Dra. Marcela Yvone Saldaña Miranda

Mg. Mario Félix Olivera Aldana

Dra. Cynthia Yanina Santa Cruz López

Mg. Frans Fuentes Maza