

UNIVERSIDAD NACIONAL DE JAÉN

FACULTAD DE INGENIERÍA



**UNIVERSIDAD NACIONAL
DE JAÉN**

CARRERA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

**“ANÁLISIS DE POSICIÓN SOLAR PARA DETERMINAR EL
ÓPTIMO ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE PANELES SOLARES
ESTÁTICOS EN LA PROVINCIA DE JAÉN”**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO
MECÁNICO ELECTRICISTA**

Autor : Bach. Juan Carlos Quispe Romero

Asesor : Mg. Henry Oswaldo Pinedo Nava

Línea de Investigación : Eficiencia energética

JAÉN – PERÚ, NOVIEMBRE, 2025

Juan Carlos Quispe Romero

ANÁLISIS DE POSICIÓN SOLAR PARA DETERMINAR EL ÓPTIMO ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE PANELES SOLARES E...

 Quick Submit Quick Submit Universidad Nacional de Jaen

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::1:3400986165

Fecha de entrega

6 nov 2025, 1:55 p.m. GMT-5

Fecha de descarga

6 nov 2025, 2:05 p.m. GMT-5

Nombre del archivo

QUISPE_ROMERO_TESIS_-_JUAN_CARLOS_QUISPE_ROMERO.pdf

Tamaño del archivo

7.0 MB

150 páginas

23.101 palabras

124.138 caracteres



UNIVERSIDAD NACIONAL DE JAÉN

*Dr. Alexander Huamán Mera*Responsable de la Unidad de Investigación
de la Facultad de Ingeniería

2% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- ▶ Bibliografía
- ▶ Texto citado
- ▶ Coincidencias menores (menos de 15 palabras)

Fuentes principales

- 1%  Fuentes de Internet
- 0%  Publicaciones
- 1%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

No se han detectado manipulaciones de texto sospechosas.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE JAÉN

Dr. Alexander Huamán Mera

Responsable de la Unidad de Investigación
de la Facultad de Ingeniería

FORMATO 03: ACTA DE SUSTENTACIÓN

En la ciudad de Jaén, el día 18 de noviembre del año 2025, siendo las 17:00 horas, se reunieron de manera presencial los integrantes del Jurado:

Presidente : Mg. Juan Antonio Labrin Romero

Secretario : Mg. Marco Luis Perez Silva

Vocal : Mg. José Andrés Fernández Mera, para evaluar la Sustentación del Informe Final:

() Trabajo de Investigación

(**x**) Tesis

() Trabajo de Suficiencia Profesional

Titulado: "ANÁLISIS DE POSICIÓN SOLAR PARA DETERMINAR EL ÓPTIMO ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE PANELES SOLARES ESTÁTICOS EN LA PROVINCIA DE JAÉN", presentado por el bachiller: **Juan Carlos Quispe Romero** de la Escuela Profesional de INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA, ha sido dictaminado como:

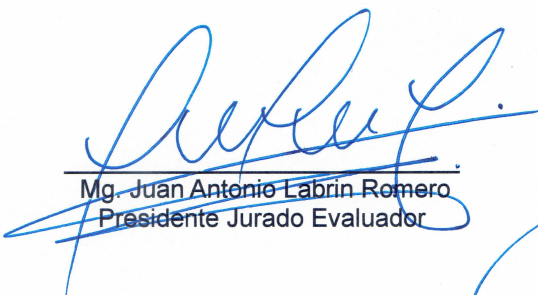
Después de la sustentación y defensa, el Jurado acuerda:

(**X**) Aprobar () Desaprobar (**X**) Unanimidad () Mayoría

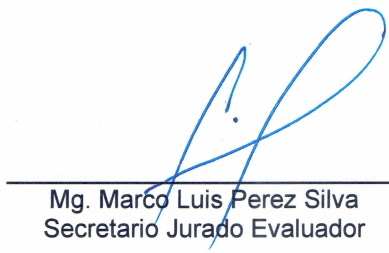
Con la siguiente mención:

a) Excelente	18, 19, 20	()
b) Muy bueno	16, 17	(17)
c) Bueno	14, 15	()
d) Regular	13	()
e) Desaprobado	12 o menos	()

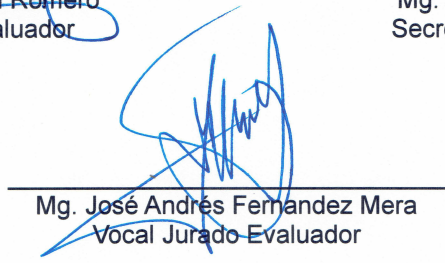
Siendo las **18:15** horas del mismo día, el Jurado concluye el acto de sustentación confirmando su participación con la suscripción de la presente.



Mg. Juan Antonio Labrin Romero
Presidente Jurado Evaluador



Mg. Marco Luis Perez Silva
Secretario Jurado Evaluador



Mg. José Andrés Fernández Mera
Vocal Jurado Evaluador



“Año de la recuperación y consolidación de la economía peruana”

ANEXO N°06:

**DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD Y DE NO PLAGIO
DE LA TESIS O TRABAJO DE INVESTIGACIÓN (PREGRADO)**

Yo, **Juan Carlos Quispe Romero**, egresado de la carrera Profesional de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Jaén, identificado (a) con DNI **74872203**.

Declaro bajo juramento que:

1. Soy Autor del trabajo titulado:

“Análisis de posición solar para determinar el óptimo ángulo de inclinación de paneles solares estáticos en la provincia de Jaén”.

Asesorado por el Mg. Henry Oswaldo Pinedo Nava.

El mismo que presento bajo la modalidad de bachiller para optar; el Título Profesional de ingeniero mecánico electricista.

2. El texto de mi trabajo final respeta y no vulnera los derechos de terceros, incluidos los derechos de propiedad intelectual. En el sentido, el texto de mi trabajo final no ha sido plagiado total ni parcialmente, para la cual he respetado las normas internacionales de citas y referencias de las fuentes consultadas.
3. El texto del trabajo final que presento no ha sido publicado ni presentado antes en cualquier medio electrónico o físico.
4. La investigación, los resultados, datos, conclusiones y demás información presentada que atribuyo a mi autoría son veraces.
5. Declaro que mi trabajo final cumple con todas las normas de la Universidad Nacional de Jaén.
6. Soy consciente de que el hecho de no respetar los derechos de autor y hacer plagio, es objeto de sanciones universitarias y/o legales.

El incumplimiento de lo declarado da lugar a responsabilidad del declarante, en consecuencia; a través del presente documento asumo frente a terceros, la Universidad Nacional de Jaén y/o la Administración Pública toda responsabilidad que pueda derivarse por el trabajo final presentado. Lo señalado incluye responsabilidad pecuniaria incluido el pago de multas u otros por los daños y perjuicios que se ocasionen.

Fecha: Jaén, 05 de diciembre del 2025.



Juan Carlos Quispe Romero



ÍNDICE

ÍNDICE	II
ÍNDICE DE TABLAS	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE ANEXOS.....	X
RESUMEN	XI
ABSTRACT.....	XII
INTRODUCCIÓN	13
1.1 Antecedentes.....	13
1.2 Problema.....	17
1.3 Justificación.....	18
1.4 Hipótesis.....	19
1.5 Objetivos	20
1.5.1 Objetivo General.....	20
1.5.2 Objetivos específicos.....	20
MATERIALES Y MÉTODOS.....	21
2.1 Objeto de estudio.....	21
2.2 Ubicación geográfica.....	21
2.3 Base teórica	23
2.3.1 Movimiento terrestre	23
2.3.2 Geometría solar.....	24
2.3.3 Energía solar	27
2.3.4 Tecnología fotovoltaica	30

2.4 Modelos matemáticos.....	34
2.4.1 Descripción del modelamiento de la posición del sol.	34
2.4.2 Descripción del modelo matemático de Ineichen y Perez.	37
2.4.3 Descripción del modelo matemático de trasposición de Perez.....	41
2.5 Tipo de investigación	45
2.6 Método	45
2.7 Procedimientos	45
2.7.1 Requerimientos computacionales y entornos de programación utilizados.....	46
2.7.2 Parámetros de entrada.....	47
2.7.3 Análisis de sombreado por el horizonte.....	48
2.7.4 Cálculo de la posición aparente del sol	49
2.7.5 Estimación de Irradiancia en Condiciones de Cielo Despejado	50
2.7.6 Transposición de Irradiancia al Plano Inclinado.....	50
2.7.7 Algoritmos de Optimización del Ángulo de Inclinación	51
2.7.8 Análisis de datos	52
2.7.9 Diseño e implementación del prototipo de medición	54
RESULTADOS	65
3.1 Análisis geográfico y sus implicaciones del horizonte en las horas de luz aprovechables .	65
3.1.1 Horas de luz solar aprovechables en condiciones ideales	65
3.1.2 Horas de luz solar aprovechables mediante análisis de sombreado	68
3.2 Análisis de la posición aparente del sol en la provincia de Jaén	72
3.2.1 Declinación solar	72
3.2.2 Coordenadas celestes (altitud y acimut)	73

3.3 Análisis de la irradiancia	79
3.3.1 Irradiancia en el plano horizontal (Modelo de Ineichen-Perez)	79
3.3.2 Irradiancia en el plano inclinado (Modelo de trasposición de Pérez).....	81
3.4 Energía aprovechable	83
3.4.1 Irradiancia W/m^2	83
3.4.2 Irradiación kWh/m^2	85
3.4.3 Validación del modelo con datos satelitales de NASA Power.....	87
3.5 Ángulo óptimo de inclinación	91
3.5.1 Ángulos óptimos mensuales	91
3.5.2 Ángulos óptimos estacionales	92
3.5.3 Ángulo óptimo Anual	93
3.6 Verificación experimental del ángulo óptimo de inclinación.....	93
3.6.1 Puesta en marcha del sistema de medición.....	93
3.6.2 Parámetros eléctricos medidos	96
3.6.3 Producción de energía	100
DISCUSIÓN	108
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	111
5.1 Conclusiones	111
5.2 Recomendaciones.....	112
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	113
DEDICATORIA.....	118
AGRADECIMIENTO	119
ANEXOS	120

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Datos sobre la provincia de Jaén	21
Tabla 2	Valores de declinación solar.	24
Tabla 3	Modelos para calcular la posición del sol.....	25
Tabla 4	Clasificación de las tecnologías fotovoltaicas	32
Tabla 5	Coeficientes del modelo de trasposición de Perez.....	43
Tabla 6	Inputs para el cálculo de la posición del sol y ángulo óptimo de inclinación	48
Tabla 7	Horas de luz solar aprovechables según el Pvlib y método teórico.....	65
Tabla 8	Promedio diario de luz solar aprovechable para cada mes (Pvlib).....	66
Tabla 9	Duración promedio de luz solar aprovechable	66
Tabla 10	Horas aprovechables de luz solar mediante análisis de sombreado	70
Tabla 11	Declinación mensual promedio de la ciudad de Jaén	72
Tabla 12	Altitud, acimut y ángulo cenital de 01 de enero del 2025 (Pvlib)	74
Tabla 13	Eventos característicos del ciclo solar para el 1 de enero del 2025.....	75
Tabla 14	Desviación estándar de las coordenadas solares.....	75
Tabla 15	Desviación estándar máxima del periodo 2024 - 2033.....	76
Tabla 16	Irradiancia en el plano horizontal	79
Tabla 17	Irradiancia en el plano Inclinado	81
Tabla 18	Trasposición del GHI (0°) a POA (6° N).....	85
Tabla 19	GHI Promedio diaria: modelo matemático vs. datos satelitales de NASA Power ..	87
Tabla 20	GHI promedio mensual: modelo matemático vs. datos satelitales de NASA	88
Tabla 21	Irradiación ajustada mediante factor de atenuación	90
Tabla 22	Ángulo óptimo mensual.....	91

Tabla 23	Ángulo óptimo para cada estación en Jaén.....	92
Tabla 24	Ángulo optimo anual	93
Tabla 25	Parámetros eléctricos del sistema A (3.5° al Sur).....	96
Tabla 26	Parámetros eléctricos del sistema B (1° al Norte)	97
Tabla 27	Energía captada por día	100
Tabla 28	Ganancia total de energía	101
Tabla 29	Potencia simulada vs potencia medida (1°).....	103
Tabla 30	Potencia promedio del sistema - NASA Power - medición en situ	105
Tabla 31	ganancia de energía mensual y anual para 5.7° y 6°	106
Tabla 32	Ganancia de energía con horizonte de 10 años (5.7° y 6°).....	107
Tabla 33	Estaciones astronómicas en Jaén	126
Tabla 34	Algoritmo de Pvlib y cálculo manual de la altitud	127
Tabla 35	Comparación del ángulo de altitud en un periodo de 10 años.....	130
Tabla 36	Comparación del ángulo de acimut en un periodo de 10 años	131

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Ubicación de la provincia de Jaén	22
Figura 2	Inclinación y declinación terrestre.....	23
Figura 3	Coordenadas celestes	26
Figura 4	Esfera celeste y coordenadas solares	27
Figura 5	Radiación solar que llega a la atmósfera terrestre y la irradiancia solar total.	28
Figura 6	Irradiancia norma (DNI) e irradiancia difusa (DHI).....	29
Figura 7	Diagrama de una célula solar de unión p-n.	31
Figura 8	Conexión interna de un módulo fotovoltaico	33
Figura 9	Módulos fotovoltaicos de 53 W a 18V	54
Figura 10	Características nominales de los módulos	54
Figura 11	Arduino uno	55
Figura 12	Sensor de corriente y voltaje INA219	56
Figura 13	Módulo RTC DS3231 + EEPROM AT24C32 (I2C)	56
Figura 14	Módulo Card SD 74LVC125A	57
Figura 15	Circuito electrónico para medir corriente y voltaje	58
Figura 16	Módulo de medición implementado	59
Figura 17	Pruebas experimentales preliminares	60
Figura 18	Datos guardados en la memoria SD	60
Figura 19	Fijación de los módulos fotovoltaicos a eje rotatorio.....	61
Figura 20	Calibración del sistema de medición	62
Figura 21	Orientación del sistema fotovoltaico	63
Figura 22	Sistema de medición ensamblado.....	64

Figura 23	Variación mensual del promedio de horas de luz solar aprovechables.....	67
Figura 24	Zona de influencia para el análisis de sombreado en Jaén	68
Figura 25	Perfil topográfico radial de Jaén.....	69
Figura 26	Perfil topográfico e interferencia en grados	69
Figura 27	Reducción de horas aprovechables de sol por efecto del horizonte	71
Figura 28	Declinación anual en la ciudad de Jaén	73
Figura 29	Trayectoria y analema solar anual mediante Pvlib	77
Figura 30	Trayectoria y analema solar anual mediante la herramienta Sunpath3d.....	77
Figura 31	Trayectoria solar para la provincia de Jaén	78
Figura 32	Componentes horizontales de la irradiancia.....	80
Figura 33	Irradiancia para el plano inclinado	82
Figura 34	Irradiancia promedio horaria anual- Horizontal 0° e Inclinado 6° N	83
Figura 35	Irradiancia promedio mensual - Horizontal 0° e Inclinado 6° N.....	84
Figura 36	GHI vs POA traspuesto Anual	86
Figura 37	GHI horizontal promedio diario modelo matemático vs. NASA Power	88
Figura 38	GHI horizontal promedio mensual modelo matemático vs. NASA Power	89
Figura 39	Inclinación del módulo para el mes de junio	92
Figura 40	Inclinación de los módulos fotovoltaicos	94
Figura 41	Sistema montado y midiendo en la azotea del módulo de IME	95
Figura 42	Voltaje promedio bimensual	98
Figura 43	Corriente promedio bimensual	98
Figura 44	Promedio de la potencia bimensual	99
Figura 45	Diferencia de potencia promedio entre sistemas (Optimo – Tradicional)	99

Figura 46	Energía captada diaria.....	101
Figura 47	Potencia Simulada vs medida (1°).....	104
Figura 48	Potencia teórica, simulada y medida (1°).....	104
Figura 49	Ganancia de energía mensual a 5.7° y 6°	105
Figura 50	Ganancia de energía en 10 años (5.7° y 6°).....	107
Figura 51	Horas disponibles de luz solar mediante Pvlb.....	121
Figura 52	Comparación de horas disponibles de luz solar según el método	122
Figura 53	Relieve 3D a 360° de la ciudad de Jaén.....	125
Figura 54	Analema solar desde la perspectiva de la altitud y acimut	128
Figura 55	Sol fotografiado la misma hora y mismo lugar para los 12 meses	129
Figura 56	Irradiancia horizontal global vs irradiancia en el plano inclinado.....	137
Figura 57	Inclinación para verano en Jaén.....	138
Figura 58	Inclinación para otoño en Jaén	139
Figura 59	Inclinación para invierno en Jaén	140
Figura 60	Inclinación para primavera en Jaén	141
Figura 61	Inclinación anual mediante vectorizado en Jaén	142
Figura 62	Día 3 de octubre (cielo despejado y soleado)	147
Figura 63	Día 10 de octubre (Alta intensidad de viento).....	148
Figura 64	Día 5 de octubre (nublado y lluvioso)	149

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1 Nomenclatura	120
Anexo 2 Análisis de horas de luz solar disponibles	121
Anexo 3 Metodología del análisis de sombreado	123
Anexo 4 Distribución de estaciones astronómicas.....	126
Anexo 5 Análisis estadístico entre el método de Pvlb y calculo manual.....	127
Anexo 6 Analema solar para cada hora del día	128
Anexo 7 Variación de las coordenadas solares en un periodo de 10 años	130
Anexo 8 Código Python para calcular la posición aparente del sol.....	132
Anexo 9 Irradiancia en el plano horizontal y en el plano inclinado	137
Anexo 10 Inclinação del módulo fotovoltaico en diferentes estaciones del año	138
Anexo 11 Ángulo óptimo anual	142
Anexo 12 Código Arduino utilizado para medir los parámetros eléctricos	143
Anexo 13 Parámetro eléctricos medidos a condiciones climáticas diferentes.....	147
Anexo 14 Data utilizada en el capítulo de resultados	150

RESUMEN

Se desarrolló un sistema integrado (Python, QGIS, NASA-Power) para determinar el ángulo de inclinación óptimo de paneles solares empleando como entrada la posición geográfica del usuario, aplicada en la provincia de Jaén. El sistema estimó un ángulo "óptimo" de 6° Norte, frente al "tradicional" de 5.7° Norte. La simulación de captación de energía anual corroboró esta ventaja, proyectando una captación de 69.20 kWh/año para el ángulo óptimo frente a 68.21 kWh/año del tradicional, resultando en una ganancia energética del 1.45%. La fiabilidad del sistema se validó en dos niveles. Primero, a nivel de modelos, sus cálculos de irradiancia promedio diaria para Jaén mostraron una alta correlación ($r > 0.97$) con los datos de NASA-Power (Ideales: 7.08 vs 6.87 kWh/m²; Reales: 4.34 vs 4.21 kWh/m²). Segundo, en la validación experimental con ángulos de 1.0° Norte (tradicional) y 3.5° Sur (óptimo), la potencia estimada por el sistema (6.86 W) fue coherente tanto con la medición real in situ en el IME-UNJ (6.23 W) como con la referencia de NASA-Power (6.83 W). Con ganancia de 1.44% del sistema óptimo ante el tradicional. Estos resultados confirman la hipótesis: analizar la trayectoria solar completa es un método más eficiente para maximizar la captación de energía.

Palabras clave: Eficiencia, irradiancia, irradiación, posición solar, sistema fotovoltaico.

ABSTRACT

An integrated system (Python, QGIS, NASA-Power) was developed to determine the optimal tilt angle for solar panels using the user's geographical position as input, applied to the province of Jaén. The system estimated an "optimal" angle of 6° North versus the "traditional" 5.7° North. An annual energy capture simulation corroborated this advantage, projecting an energy capture of 69.20 kWh/year for the optimal angle compared to 68.21 kWh/year for the traditional one, resulting in a 1.45% energy gain. The system's reliability was validated on two levels. First, at the modeling level, its average daily irradiance calculations for Jaén showed a high correlation ($r > 0.97$) with NASA-Power data (Ideal: 7.08 vs. 6.87 kWh/m²; Real-sky: 4.34 vs. 4.21 kWh/m²). Second, in the experimental validation with angles of 1.0° North (traditional) and 3.5° South (optimal), the power estimated by the system (6.86 W) was consistent with both the in-situ measurement at IME-UNJ (6.23 W) and the NASA-Power reference (6.83 W), demonstrating a 1.44% gain for the optimal system over the traditional one. These results confirm the hypothesis: analyzing the complete solar trajectory is a more effective method for maximizing energy capture.

Keywords: Efficiency, irradiance, irradiation, solar position, photovoltaic system.

INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

En un estudio realizado por Naraghi y Atefi (2022) se desarrolló en tres ciudades de Estados Unidos, Riverdale (Nueva York), Orlando (Florida) y Los Ángeles (California) se aplicó un Algoritmo Genético (GA) junto con un modelo de optimización basado en datos climáticos (CDDOP) para determinar los ángulos óptimos de inclinación y acimut de paneles solares. Los resultados mostraron una inclinación óptima de 33.68° de inclinación y -5.62° de acimut para la ciudad de Riverdale, alcanzando una irradiancia de 1690 kWh/m^2 y una producción de energía de 197 kWh/m^2 ; para la ciudad de Orlando se determinó un óptimo un ángulo de inclinación de 26.07° y un acimut de -3.94° , logrando una irradiancia de 2013 kWh/m^2 y una producción de 234 kWh/m^2 . Finalmente para los Ángeles el ángulo óptimo de inclinación fue 29.63° y -6.38° de acimut, con una irradiancia de 1970 kWh/m^2 y una producción de 225 kWh/m^2 . El estudio concluye que, en gran parte de los casos, la orientación sur con inclinación muy similar a la latitud, con diferencias menores al 2 %. No obstante, la optimización mediante algoritmos permite obtener ligeras mejoras en la eficiencia, que se vuelven relevantes en proyectos de gran escala. El estudio resulta significativo para la presente investigación, ya que demuestra que el uso de modelos matemáticos y datos climatológicos confiables constituye una herramienta eficaz para determinar el ángulo de inclinación óptimo de paneles solares estáticos.

El estudio sobre la modelación de sistemas fotovoltaicos bifaciales en configuración en “V”, se utilizó el lenguaje de programación “Python” y su librería Pvlib como herramienta principal para simular el comportamiento energético de los paneles (Guarino et al., 2025). El trabajo aplicó modelos matemáticos de irradiancia, calculando la posición solar y la radiación

incidente sobre el plano del módulo para diferentes ángulos de inclinación. Los resultados mostraron que la producción de energía anual fue de 2089,3 kWh por par de paneles, capturando un 5,2 % menos de radiación solar en comparación con las configuraciones tradicionales. Asimismo, el diseño implementado demuestra una mejora en la utilización del terreno, alcanzando una reducción del 24% en la superficie ocupada en comparación con las configuraciones tradicionales (3,98 m² versus 5,25 m²). El estudio concluye que la utilización de Python y sus librerías especializadas representa una herramienta eficaz, reproducible y escalable para la predicción de la generación fotovoltaica, reduciendo la necesidad de mediciones experimentales extensivas. El estudio contribuyó metodológicamente, respaldando el uso de modelos matemáticos y simulaciones en Python como metodología adecuada para determinar el ángulo óptimo de inclinación en la provincia de Jaén.

El estudio realizado por Arslan y Çunkaş (2024) en la provincia de Konya, Turquía, se determinó el ángulo óptimo de inclinación de paneles fotovoltaicos utilizando modelos matemáticos y mediciones experimentales para corroborar los resultados. El trabajo incluyó la instalación de módulos fijos y variables en los que se midieron la radiación solar, corriente, voltaje y potencia. Los resultados obtenidos mostraron que el ángulo óptimo anual fue de 32.08° con orientación sur con azimut 0°, valor que guarda similitud con la latitud de la zona de estudio. Adicionalmente, se identificó los ángulos óptimos estacionales, 20.3° en primavera, 5° en verano, 45.3° en otoño y 57.3° en invierno, los ajustes estacionales permitieron mejorar el aprovechamiento de la radiación en comparación con un ángulo único anual. Asimismo, se concluyó que variar el azimut no representa ventajas significativas frente a mantenerlo en 0°. La investigación resalta la importancia de considerar tanto la posición solar como las variaciones

estacionales para maximizar la eficiencia en proyectos fotovoltaicos, así como la utilización de modelos matemáticos para la predicción climatológica.

En un estudio reciente realizado en tres ciudades de Líbano (Beirut, Tiro y Trípoli), Nahim et al. (2025) propusieron y validaron un método numérico para calcular el ángulo de inclinación óptimo de paneles solares estáticos. Este trabajo, alineado con los objetivos de la presente investigación, se centra en maximizar la producción de energía mediante la determinación de ángulos óptimos mensuales, estacionales y anuales. La metodología incluyó el desarrollo de un código en MATLAB que calcula los ángulos solares y la irradiancia total sobre superficies inclinadas para identificar el valor de β que maximiza la potencia generada. Los resultados demostraron que los ángulos óptimos mensuales o estacionales incrementa la energía generada en aproximadamente un 4 y 6 % respecto a un ángulo fijo anual. Beirut se obtuvo una ganancia de 31.37 kWh/m² al año mediante el ajuste mensual. Asimismo, se evidenció que la implementación de un ángulo variable reduce el costo de la energía y las emisiones de CO₂ en comparación con la red eléctrica nacional. Este estudio propone una metodología para con herramientas son aplicables a cualquier ubicación geográfica mediante la inserción de coordenadas, confirmando que el desarrollo de un algoritmo propio basado en modelos matemáticos de posición solar es la estrategia adecuada para determinar el ángulo de inclinación óptimo en la provincia de Jaén.

En un estudio de Haroun et al. (2025). Desarrollaron un modelo basado en Aprendizaje Automático (ML) para predecir los ángulos de inclinación óptimos de sistemas fotovoltaicos monofaciales y bifaciales en 184 ubicaciones de Estados Unidos. La metodología consistió en el entrenamiento de trece modelos de ML utilizando seis años de datos satelitales de irradiancia con resolución de cinco minutos, tomando como variables de entrada las coordenadas geográficas y el

albedo del terreno. Los modelos más precisos (SVMG y KNN) alcanzaron errores absolutos de predicción angular menores o iguales a 1° para sistemas monofaciales y 1.7° para bifaciales, con una discrepancia energética resultante insignificante de 0.02% en la producción anual, demostrando una alta robustez del modelo para aplicaciones reales de diseño solar. Los resultados confirmaron que el ángulo de inclinación óptimo se incrementa con la latitud, aunque también se observó que ciudades con latitudes similares presentan diferencias apreciables debido a las condiciones atmosféricas y geográficas locales, lo cual resalta la necesidad de modelar la posición solar considerando parámetros específicos del sitio, y no únicamente la latitud. El estudio respalda la viabilidad de emplear algoritmos de programación avanzada en la determinación del ángulo óptimo de paneles solares estáticos.

La tesis de Pariacurí (2024) desarrollada en la provincia de Jaén, Perú; se centró en estimar la radiación solar en la ciudad de Jaén usando el modelo matemático Bristow-Campbell. El trabajo utilizó datos de temperaturas máximas y mínimas provenientes del SENAMHI (2017-2021) y de la NASA Power (2015-2021). Se analizaron los valores reales y estimados de radiación solar con técnicas estadísticas como MAD, MSD, MAPE, RMSE y ANOVA para validar la precisión del modelo. Los resultados mostraron que el modelo estimó una radiación solar promedio diaria de $4.85 \text{ kWh/m}^2/\text{día}$, lo que indica una radiación media suficiente para ser aprovechada por módulos fotovoltaicos en Jaén. Además, los datos reales del SENAMHI y los valores estimados no presentaron diferencias significativas según ANOVA, lo que confirma la veracidad de los resultados. La investigación se centra en la radiación como parámetro fundamental pero también resalta otros parámetros como la orientación y el ángulo del panel solar, parámetros que se desarrollarán en la presente investigación y son clave para maximizar la captación de energía.

1.2 Problema

La transición hacia fuentes de energía renovable es un desafío mundial en la actualidad, impulsado por la necesidad de reducir la dependencia de fuentes de energía convencionales. A pesar del gran potencial del recurso solar, en el Perú su aprovechamiento es mínimo, según el informe de COES (2024), en 2023 la participación solar fue solo del 1.64% y, aunque subió a 2.10% en 2024, la generación eléctrica aún depende fuertemente de fuentes convencionales (termoeléctrica: 40.05% e hidráulica: 51.33%). Esta dependencia representa un riesgo ante escenarios de sequías por el recurso hídrico y contaminación ambiental por los combustibles fósiles. En este contexto, resulta urgente impulsar un mayor y más eficiente aprovechamiento de las energías renovables no convencionales.

La energía solar fotovoltaica se presenta como una alternativa viable y sostenible para satisfacer la creciente demanda energética. Sin embargo, para maximizar la captación de energía, la solución ideal son los sistemas de seguimiento solar. En la provincia de Jaén, la complejidad y el escasez de mercado de estos sistemas los hacen inaccesibles para la mayoría de los usuarios. Por consiguiente la instalación estática es la opción más viable, pero lamentablemente se realiza sin un criterio técnico sólido (simplemente usando el desnivel de los techos). Esta práctica limita severamente la eficiencia energética de los módulos, resultando en un desaprovechamiento de la energía solar.

Este conjunto de problemas subraya la necesidad urgente de llevar a cabo estudios que analicen la posición del sol para determinar el ángulo óptimo de los paneles solares estáticos. Lo cual no solo maximizaría la eficiencia energética, sino que también fomentaría la adopción de energías renovables, reduciendo nuestra dependencia de fuentes contaminantes y susceptibles a la

escasez. Al promover el uso de energía solar, se aseguraría la descentralización en la generación de energía y un suministro energético más estable y sostenible.

1.3 Justificación

La presente investigación busca analizar la posición del sol para determinar el ángulo óptimo de los paneles solares en la provincia de Jaén, según la investigación realizada por Rios y Duarte (2021), en el cual identifican sitios ideales en los que se pueden desarrollar proyectos fotovoltaicos, Jaén ha demostrado tener condiciones favorables para el desarrollo de proyectos fotovoltaicos.

Este estudio es necesario ya que, actualmente, no existen investigaciones específicas que orienten sobre la mejor inclinación para estos paneles, lo cual es crucial para maximizar la captación de energía solar. La falta de dicha información ha llevado a que las instalaciones actuales no aprovechen al máximo su potencial, resultando en un desaprovechamiento de los recursos solares disponibles. Según Lozano (2022), El Perú cuenta con un gran potencial de recursos energéticos renovables. El potencial de estos recursos es diez veces mayor que la potencia instalada actual. Sin embargo, no se está aprovechando eficientemente estas fuentes de energía que prácticamente son inagotables.

El enfoque central de esta investigación es la eficiencia. La optimización del ángulo de inclinación es una intervención puramente metodológica que, al corregir la inclinación del módulo respecto a la trayectoria solar, permite maximizar la radiación útil que llega al panel. Este ajuste se logra sin necesidad de añadir hardware adicional costoso (como seguidores solares), representando una mejora de eficiencia de costo cero que es directamente escalable a cualquier

proyecto fotovoltaico en la región. La investigación posee una marcada importancia práctica al facilitar la adopción de la energía solar en Jaén. Los resultados no solo proporcionarán el ángulo óptimo específico, sino que también facilitarán la integración de soluciones más eficientes en futuros proyectos.

Finalmente, este estudio enriquece el conocimiento científico al aportar una metodología validada para determinar ángulos óptimos mediante el análisis detallado de la trayectoria solar. El desarrollo de estas metodologías incentiva a los investigadores a seguir mejorando la eficiencia de los sistemas fotovoltaicos, haciendo las energías limpias y sostenibles más atractivas y accesibles.

1.4 Hipótesis

La determinación del óptimo ángulo de inclinación de módulos fotovoltaicos, basada en el análisis de la trayectoria solar, resulta en una mayor producción de energía, proyectando una mejora de la captación energética de al menos el 1% en comparación con los métodos convencionales basados en cálculos geométricos simplificados, como el uso de la latitud o la posición del sol al mediodía.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Analizar la posición solar para determinar el óptimo ángulo de inclinación de paneles solares estáticos en la provincia de Jaén.

1.5.2 Objetivos específicos

OE1: Identificar las características geográficas y climatológicas de la provincia de Jaén, y los requerimientos computacionales del estudio.

OE2: Desarrollar un algoritmo mediante software de programación para calcular la posición aparente del sol.

OE3: Determinar el ángulo óptimo de inclinación mediante el análisis de la posición solar.

OE4: Implementar el sistema de medición experimental fotovoltaico para corroborar la captación energética de los ángulos de inclinación óptimo y tradicional.

MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Objeto de estudio

Desarrollo y aplicación de una metodología replicable para determinar el ángulo óptimo de inclinación de paneles solares estáticos, a partir del análisis de la posición solar e irradiancia en distintas condiciones geográficas y climatológicas.

2.2 Ubicación geográfica

La presente investigación se desarrolló en la ciudad de Jaén, una de las trece provincias que conforman el departamento de Cajamarca. “Su territorio se caracteriza por un relieve accidentado debido a la presencia de las cordilleras Occidental y Oriental. Asimismo, cuenta con dos ejes viales de categoría nacional, los cuales integran y dinamizan el espacio socioeconómico y comercial de la región” (Plan de Operaciones de Emergencia 2023-2024 de La Provincia de Jaén, 2023).

Tabla 1

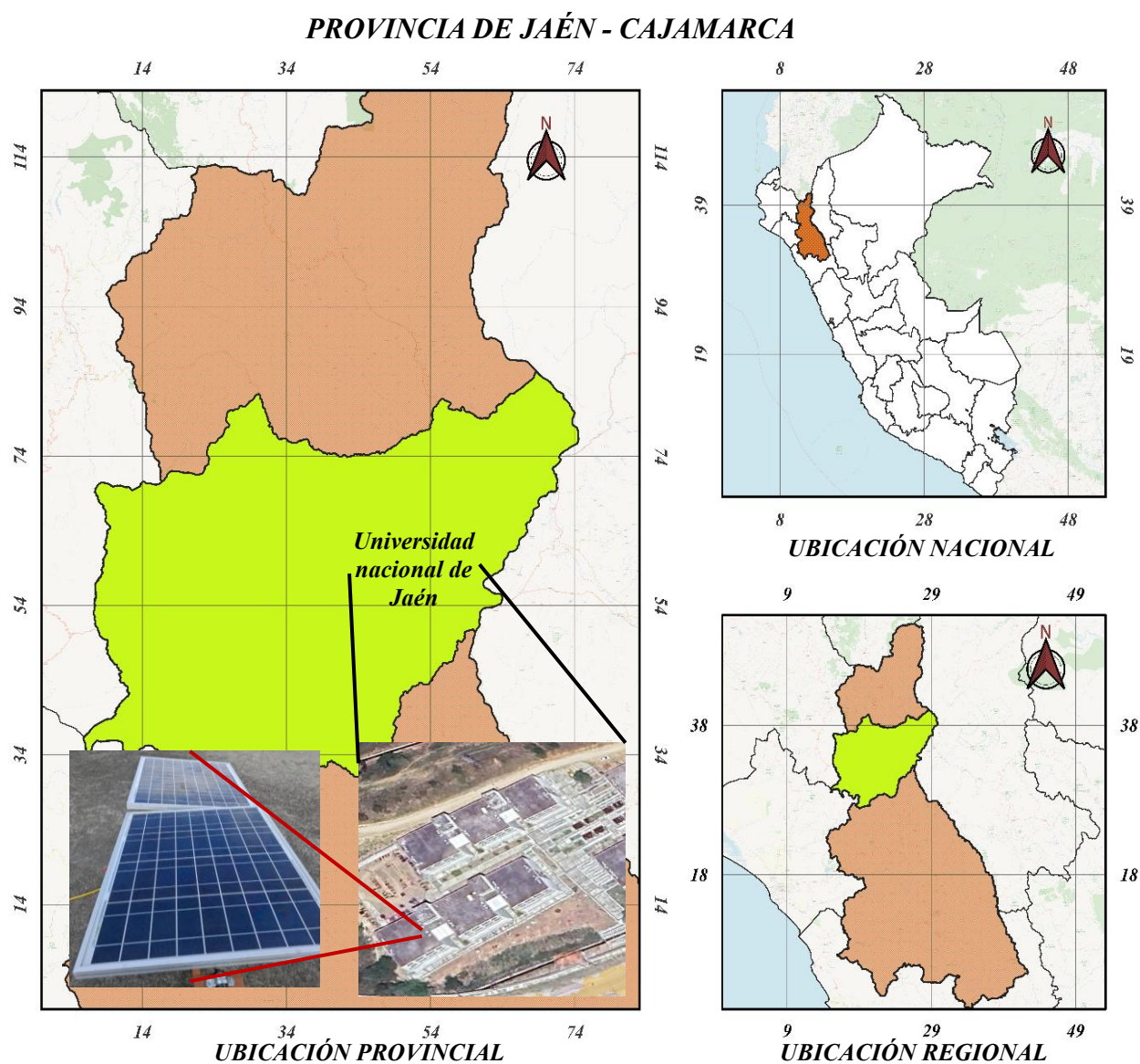
Datos sobre la provincia de Jaén

<i>Aspecto</i>	<i>Detalle</i>
Ubicación geográfica	-5.69918 “S”; -78.8009 “N”
Altitud	729 m.s.n.m
Población proyectada por el INEI 2025	187 629 habitantes
Extensión	5232.57 Km ²
Actividades económicas	Agricultura, ganadería y comercio

Fuente. (Municipalidad provincial de Jaén, 2023).

Figura 1

Ubicación de la provincia de Jaén



LEYENDA:

 **Departamento de Cajamarca**

 **Provincia de Jaén**

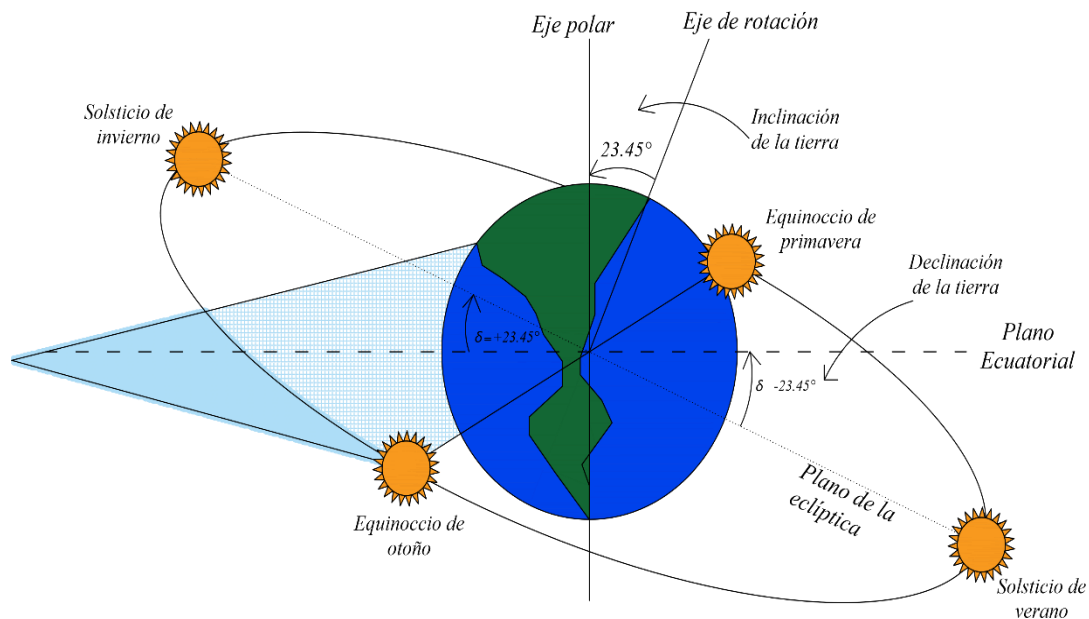
2.3 Base teórica

2.3.1 Movimiento terrestre

La Tierra combina dos movimientos fundamentales, la rotación sobre su eje y la traslación alrededor del sol (**Figura 2**) siguiendo una órbita elíptica de baja excentricidad en el plano de la eclíptica, lo que determina la duración del año y la variación en la distancia tierra-sol (Perpiñan, 2023, p. 5).

Figura 2

Inclinación y declinación terrestre.



Inclinación: La Tierra presenta una inclinación de $23,45^\circ$, conocida como oblicuidad de la eclíptica. Este ángulo corresponde a la diferencia entre el eje de rotación terrestre respecto a la perpendicular al plano de la eclíptica (Perpiñan, 2023).

Declinación: Es el ángulo formado por el plano del ecuatorial y el plano formado por la eclíptica, toma valores entre $\pm 23.45^\circ$ (**Tabla 2**). “Este ángulo variable es la causa de las estaciones, de que el Sol aparezca más alto en los mediodías veraniegos y los días invernales sean más cortos que los de verano” (Perpiñan, 2023). La declinación se calcula con la *Ecuación 4*.

Tabla 2

Valores de declinación solar.

Evento astronómico	Fechas	Declinación solar (δ)	Duración del día
Equinoccio de primavera	21 y 22 de septiembre	0°	Día y noche con igual duración.
Solsticio de verano	21–22 diciembre	$-23,45^\circ$	En el hemisferio sur ocurre el día más largo del año.
Equinoccio de otoño	21–22 marzo	0°	Día y noche con igual duración.
Solsticio de invierno	21–22 junio	$+23,45^\circ$	En el hemisferio sur ocurre el día más corto del año.

Nota. La declinación causa variaciones en la duración del día, lo que se traduce a aumento o disminución las horas de captación de energía solar.

2.3.2 Geometría solar

La posición del sol es un factor de importante para las aplicaciones de energía fotovoltaica, su importancia radica en que el sol no sigue una trayectoria estática sino una variable. Huang & Liu (2022) afirma que “El movimiento aparente del sol es afectado por

perturbaciones astronómicas como la precesión, nutación, efectos lunares y planetarios, lo que complica su cálculo, recurriéndose en ingeniería solar a aproximaciones que simplifican el proceso sin comprometer requisitos técnicos”

Existen distintos modelos para el cálculo de la posición solar, cada uno con precisiones y márgenes de error variables, como se aprecia en la **Tabla 3**.

Tabla 3

Modelos para calcular la posición del sol

<i>Modelo / Algoritmo</i>	<i>Precisión indicada</i>
Spencer (1971)	0,28°
Pitman y Vant-Hull	0,02°
Shapiro	Altitud: 2,15°; en azimut: 3,1°
PSA (versión inicial)	0,008333°
SPA - NREL(<i>Utilizando</i>)	0,0003°
SG2	0,0015°
Grena (5 algoritmos)	Entre 0,19° hasta 0,0027°
Algoritmo de posición solar basado en la ecuación de Kepler	Altitud: 0,002292°; en azimut: 0,003438°

Fuente. Adaptado de Huang & Liu (2022)

Para este estudio se utilizó el modelo “SPA” , “algoritmo utilizado para calcular los ángulos cenital y azimutal solar en el período del año –2000 al 6000, con incertidumbres de $\pm 0,0003$ ” (Reda & Andreas, 2004). Posteriormente fue documentado mediante la librería Pvlib de Python por Anderson et al. (2023)

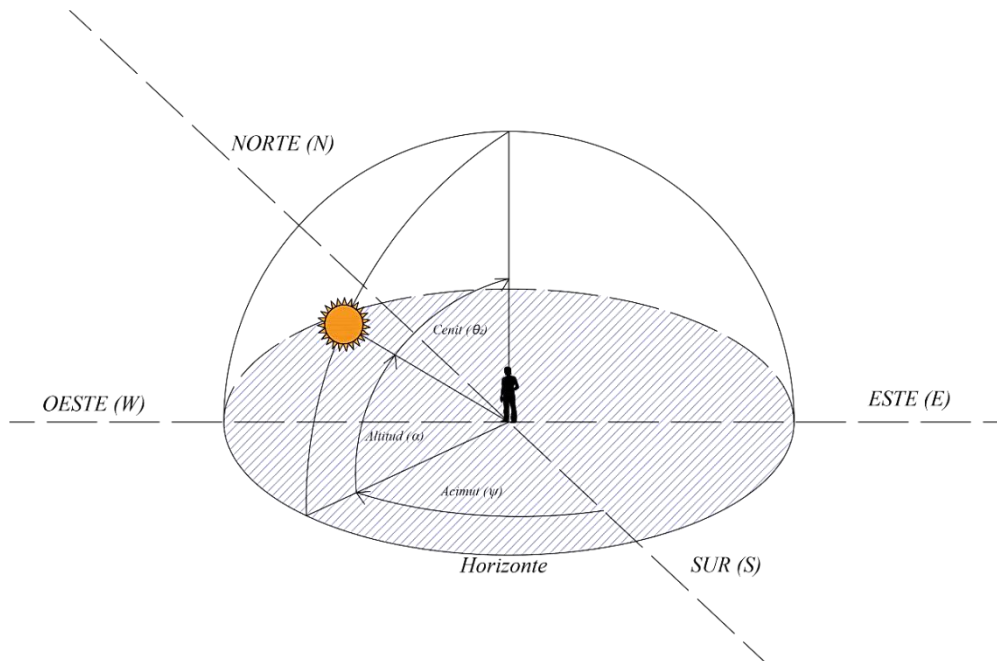
Coordenadas celestes

El sistema de coordenadas celestes está determinado por dos ángulos, acimut y altitud (**Figura 3**) las cuales determinan la posición del sol (Castejón & Santamaría, 2010).

- **Altitud (α)**: Ángulo formado por el horizonte y los rayos del sol
- **Cenital θ_z** : Es el ángulo que se forma por los rayos del sol y el cenit, este ángulo es complementario del ángulo de altitud $\theta_z = 90^\circ - \alpha$.
- **Acimut (ψ)**: “Ángulo formado por el meridiano del sol y el meridiano del lugar, tomando como referencia el norte en el hemisferio sur tiene valores positivos de 0 a 180° hacia el Oeste y negativos de 0 a -180° hacia el Este.” (Castejón & Santamaría, 2010, p. 9)

Figura 3

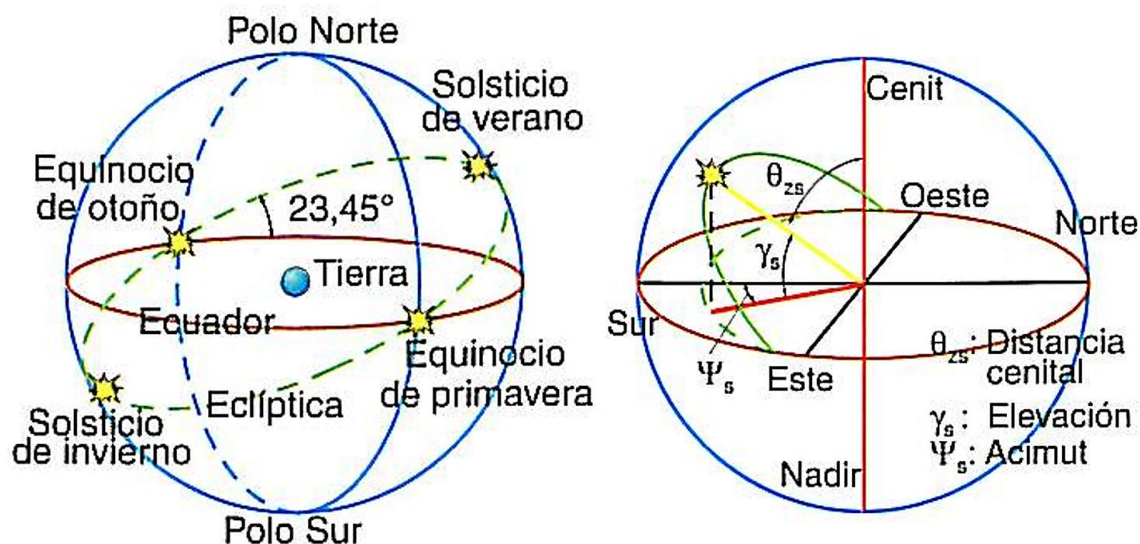
Coordenadas celestes



Nota. Para situar la posición del sol, se proyecta una media esfera con respecto a un observador, que en este caso es el lugar en que se lleva a cabo la investigación.

Figura 4

Esfera celeste y coordenadas solares



Nota. Se aprecia la trayectoria del sol que sigue a la eclíptica formando el ángulo de Adaptado de (Castejón & Santamaría, 2010)

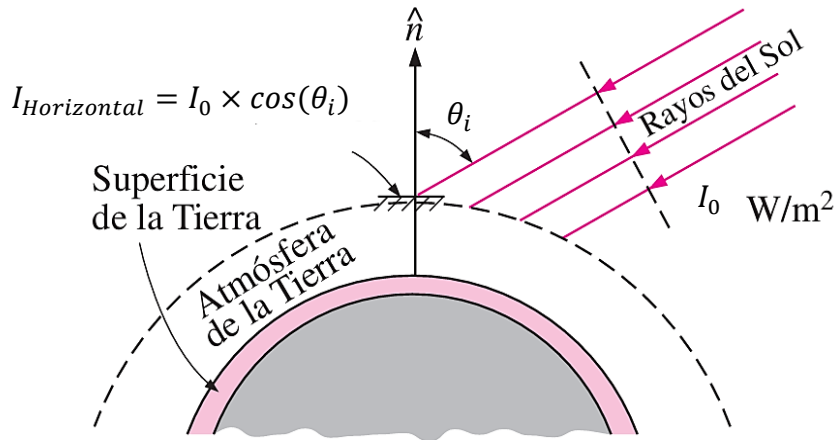
2.3.3 Energía solar

La energía emitida por el sol es llamada radiación solar, la cual llega a la tierra en forma de ondas electromagnéticas tras pasar por diversas interacciones con la atmosfera (Çengel & Ghajar, 2011, p. 708).

Otro concepto clave es la irradiancia solar (**Figura 5**), según Çengel & Ghajar (2011) la irradiancia solar, también llamada constante solar, tiene un valor aproximado de 1373 W/m^2 y representa la energía solar que incide perpendicularmente sobre una superficie en el borde exterior de la atmósfera terrestre. De manera complementaria, Perpiñan (2023) define la constante solar (I_0) como la irradiancia incidente en un plano normal al vector sol-tierra.

Figura 5

Radiación solar que llega a la atmósfera terrestre y la irradiancia solar total.



Fuente. Adaptado de Çengel & Ghajar (2011)

i) Influencia de la atmósfera sobre la radiación

“La radiación solar al atravesar la atmósfera es alterada por factores como polvo, aerosoles, suciedad y otros elementos, que modifican su intensidad antes de llegar a la superficie terrestre.” (Castejón & Santamaría, 2010).

Los elementos mencionados generan efectos como:

- **Reflexión:** fenómeno en el que parte de la radiación solar rebota al entrar en contacto con nubes o superficies atmosféricas, reduciendo la energía que llega a la superficie terrestre.
- **Absorción:** proceso mediante el cual gases atmosféricos como el vapor de agua, el dióxido de carbono y el oxígeno capturan parte de la radiación solar, transformándola en energía térmica.

- **Difusión:** dispersión de la radiación solar en múltiples direcciones al interactuar con partículas de polvo, aerosoles y gotas de agua suspendidas en la atmósfera.

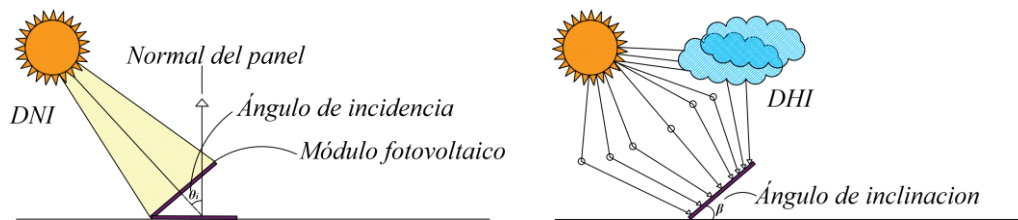
ii) Componentes de la irradiancia.

Según Perpiñan (2023) para determinar la irradiancia solar que incide sobre una superficie en la corteza terrestre, resulta necesario diferenciar tres componentes principales que contribuyen al valor total recibido (p. 23).

- **Irradiancia normal (DNI):** “La radiación directa es la energía solar que incide de manera perpendicular sobre una superficie, siempre que esta se mantenga orientada hacia la posición instantánea del Sol en el cielo” (Madhlopa, 2022).
- **Irradiancia difusa (DHI):** “Radiación solar dispersada que llega a la superficie terrestre de manera uniforme desde todas las direcciones se denomina radiación difusa”(Çengel & Ghajar, 2011, p. 710).

Figura 6

Irradiancia normal (DNI) e irradiancia difusa (DHI).



Nota. Al proyectar la irradiancia normal en un plano horizontal, el ángulo de incidencia (θ_i) es igual al ángulo cenital solar (θ_z).

- **Irradiancia global (GHI):** “Irradiancia horizontal global es la suma de la irradiancia directa, difusa y radiación reflejada, aunque esta última es generalmente insignificante comparada con las otras” (Kosmopoulos, 2024).

iii) Irradiancia e irradiación

La luz incidente normalizada como un flujo radiante por área se denomina irradiancia (W/m^2 ; una tasa o densidad de potencia), y puede integrarse con el tiempo para formar una medida de irradiación (J/m^2 ; densidad energética)

- **Irradiancia:** “Es la potencia de radiación solar que incide sobre una unidad de superficie, reflejando la intensidad de la radiación en un momento dado. Se mide en vatios por metro cuadrado (W/m^2)” (Castejón & Santamaría, 2010, p. 16). Por otro lado, el autor Brownson (2014) define irradiancia como el flujo radiante que incide sobre una superficie receptora desde todas las direcciones.
- **Irradiación:** Es la cantidad total de energía solar recibida en una unidad de superficie durante un periodo específico, y suele expresarse en kilovatios-hora por metro cuadrado (kWh/m^2) u otras unidades de energía (Castejón & Santamaría, 2010, p. 16).

2.3.4 Tecnología fotovoltaica

La tecnología fotovoltaica se basa en que la radiación solar provoca la excitación de electrones dentro de materiales semiconductores, originando huecos y electrones libres. Esta interacción posibilita el desplazamiento de cargas eléctricas y, por lo tanto, la generación de electricidad (M.A. Green, 2002 citado en Osman & Qureshi, 2025).

i) Células fotovoltaicas

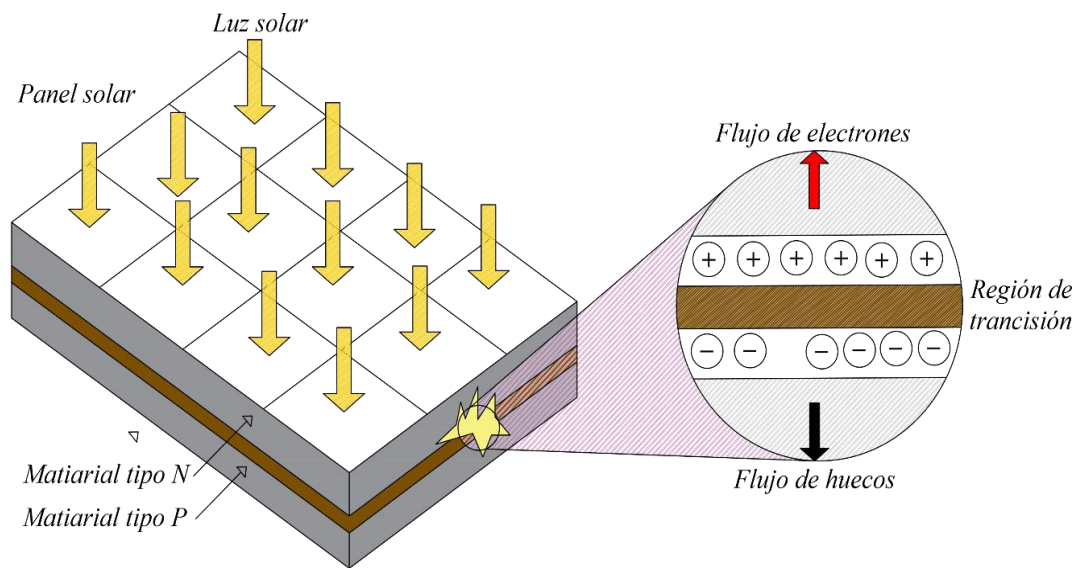
Para transformar la energía solar en eléctrica se emplea un dispositivo llamado célula fotovoltaica o célula solar (**Figura 7**). Estas células, hechas generalmente de silicio u otros

semiconductores similares, se agrupan en gran cantidad para conformar un panel solar fotovoltaico (Awasthi et al., 2020).

El proceso de transformación de energía solar a energía eléctrica es conocido como efecto fotovoltaico y ocurre cuando el haz de fotones entra en contacto con la célula solar. “Únicamente los fotones absorbidos contribuyen a la generación de electricidad al transformar en un electrón dentro de un átomo, generalmente de silicio, que puede desprenderse y participar en la corriente eléctrica del circuito” (Al-Ali et al., 2025).

Figura 7

Diagrama de una célula solar de unión p-n.



En la actualidad se desarrollan tecnologías fotovoltaicas alternativas al silicio **Tabla 4** con el propósito de incrementar la eficiencia. Sin embargo, según Osman & Qureshi (2025) las células de silicio continúan liderando el mercado solar, representando cerca del 80 % de la capacidad mundial instalada y alcanzando una participación del 90 %, debido a su rendimiento y eficiencia comprobados.

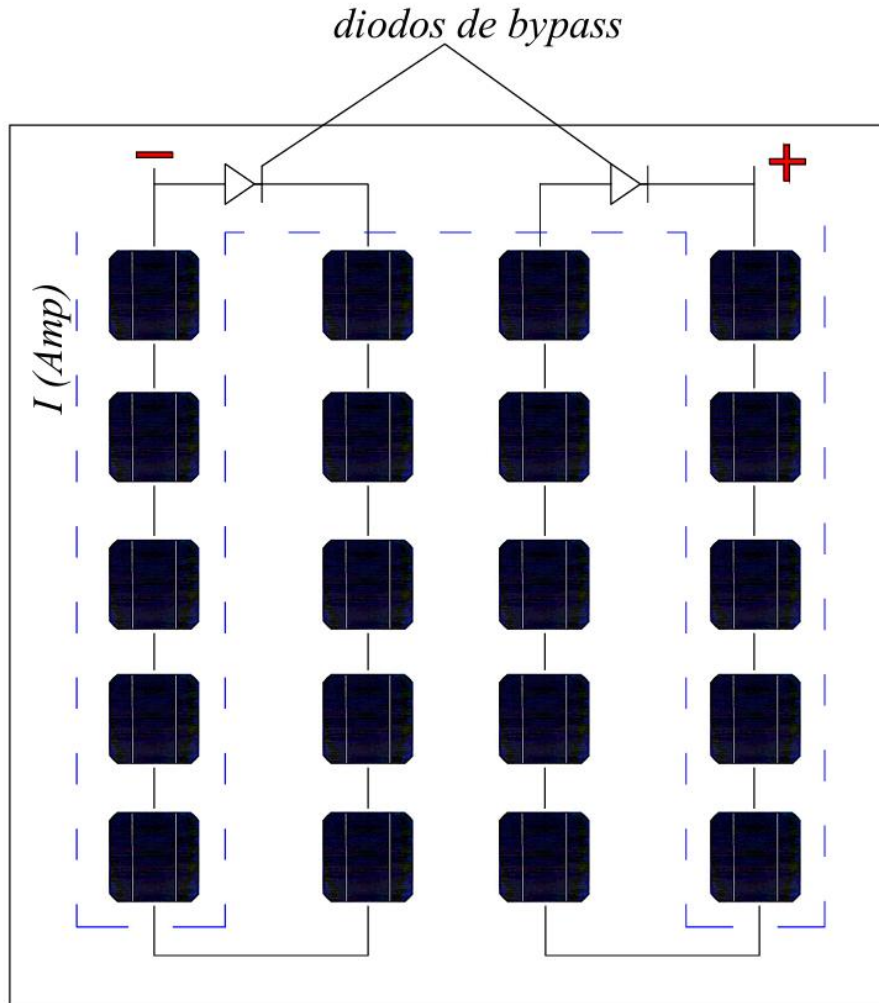
Tabla 4*Clasificación de las tecnologías fotovoltaicas*

<i>Generación</i>	<i>Materiales principales</i>	<i>Tipos de células solares</i>	<i>Eficiencia</i>
Primera generación	Silicio cristalino	Monocristalino (con concentrador)	27.60%
		Monocristalino (sin concentrador)	26.10%
		Policristalino	23.30%
		Película delgada cristalina	21.20%
Segunda generación	CIGS, CdTe, silicio amorfo	CIGS (con concentrador)	23.30%
		CIGS	23.40%
		CdTe	22.10%
		Células solares multijunción	~45%
Tercera generación	Perovskita, colorantes orgánicos, multijunción	Sensibilizadas por colorante	13.00%
		Perovskita	25.50%
		Orgánica	18.20%
		Punto cuántico	18.10%
Cuarta generación	Grafenos más materiales orgánicos/inorgánicos híbridos y Perovskita	Células orgánicas de heterounión	10%
		Perovskita	superiores al
			20%

Fuente: Adaptado de Osman & Qureshi (2025).

Figura 8

Conexión interna de un módulo fotovoltaico



Nota. Un módulo fotovoltaico se compone de células solares individuales conectadas en serie para sumar su voltaje. En cada célula, unas líneas delgadas llamadas "fingers" recogen la corriente y la entregan a conductores más gruesos conocidos como "busbars". Para proteger el sistema contra pérdidas por sombreado, se instalan diodos de bypass. Si una célula sombreada bloquea el flujo de corriente en una serie, el diodo actúa como un puente, permitiendo que la corriente de las células funcionales y el panel siga produciendo energía.

2.4 Modelos matemáticos

A continuación se describe matemáticamente los modelos que fueron utilizados para el modelamiento de la posición del sol y la estimación de la irradiancia.

2.4.1 Descripción del modelamiento de la posición del sol.

Para el cálculo de la posición del sol se utilizó la librería pvlib mediante la función “Location.get_solarposition()”, el cual utiliza internamente el Algoritmo SPA de NREL es el algoritmo de posición solar más preciso disponible, con incertidumbres de ± 0.0003 grados (Mabasa et al., 2021).

La implementación de esta metodología en pvlib está documentada en “Pvlib Python: a Python Package for Modeling Solar Energy Systems” (Holmgren et al., 2018)

i) Altura o altitud del sol.

La altitud del sol es una coordenada que cambia de acuerdo a la ubicación y de acuerdo a la hora del día. Para calcular la altitud del sol utilizamos la siguiente expresión:

$$\text{sen}(\alpha) = \text{sen}(\varphi) \times \text{sen}(\delta) + \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \cos(H) \quad (1)$$

Despejamos el ángulo de la Ecuación 1:

$$\alpha = \text{sen}^{-1}(\text{sen}(\varphi) \times \text{sen}(\delta) + \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \cos(H)) \quad (2)$$

Donde:

δ : Declinación de la tierra

φ : Latitud

H : Ángulo Horario del sol

α : Ángulo de la altitud del sol.

ii) Ángulo cenital solar

$$\theta_z = \cos^{-1}(\sin(\varphi) \times \sin(\delta) + \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \cos(H)) \quad (3)$$

iii) Declinación de la tierra

$$\delta = 23.45 \times \text{Sen} \left(360 \times \frac{(284 + n)}{365} \right) \quad (4)$$

Donde:

δ : Declinación de la tierra, la cual depende del día del año (n)

n: Día del año a calcular contando desde el primer día del año (1 día) hasta el último día del año (365 días)

iv) Ángulo Horario del sol

$$H = 15^\circ(t_{sv} - 12) \quad (5)$$

Donde:

H : Ángulo horario

t_{sv} : Tiempo solar verdadero

v) Corrección en longitud

$$\Delta\lambda = \frac{4min \times (-\lambda)}{60 min} \quad (6)$$

Donde:

$\Delta\lambda$: Corrección de la longitud del lugar, tomado a partir del uso horario correspondiente, multiplicado por cuatro minutos.

λ : Coordenada de la longitud

vi) Tiempo solar verdadero

Hora basada en el movimiento angular aparente del sol a través del cielo. Siendo el mediodía solar el momento en que el sol cruza el meridiano del observador (Duffie & Beckman, 2013)

$$t_{sv} = t_{sm} - E = (t_c - \Delta t_L + \Delta\lambda) - E \quad (7)$$

Donde:

t_{sm} : Tiempo solar medio (12 horas)

E : Factor de corrección del tiempo (Minutos)

t_c : Tiempo civil de lugar

Δt_L : Diferencia horaria entre el lugar y el meridiano de Greenwich

$\Delta\lambda$: Corrección de la coordenada de Longitud del lugar, a partir del huso horario correspondiente

vii) Corrección del tiempo

$$E = 229.18 \times (0.0000075 + 0.001868 \times \cos(B) - 0.032077 \times \sin(B) - 0.014615 \times \cos(2 \times B) - 0.04089 \times \sin(2 \times B)) \quad (8)$$

Donde:

$$B = (n - 1) \times \frac{360}{365} \quad (9)$$

viii) Ángulo acimut

$$\cos(\psi) = \frac{\sin(\delta) - \sin(\alpha) \times \sin(\varphi)}{\cos(\alpha) \times \cos(\varphi)} \quad (10)$$

Despejando el ángulo acimut:

$$\psi = \cos^{-1} \left(\frac{\sin(\delta) - \sin(\alpha) \times \sin(\varphi)}{\cos(\alpha) \times \cos(\varphi)} \right) \quad (11)$$

2.4.2 Descripción del modelo matemático de Ineichen y Perez.

El modelo de cielo despejado o “clear sky” propuesto por Ineichen y Perez (2002), permite estimar la irradiancia y sus componentes GHI, DNI y GHI en condiciones ideales mediante una combinación de fórmulas físicas y empíricas.

i) Estimación de la irradiancia global horizontal (GHI)

La irradiancia global horizontal se calcula considerando la irradiancia extraterrestre, la posición del sol, la altitud del lugar, la masa de aire y el índice de turbiedad atmosférica.

$$GHI = cg1 \times I_0 \times \cos(\theta_z) \times e^{(-cg2 \times AM \times (fh1 + fh2 \times (TL - 1)))} \quad (12)$$

Donde:

$cg1$: Coeficiente dependiente de la altitud.

$cg2$: Coeficiente de altitud.

$fh1$: Factor de corrección de altitud.

$fh2$: Factor de corrección de altitud.

I_0 : irradiancia solar fuera de la atmósfera [W/m²].

θ_z : Ángulo cenital aparente (complementario al ángulo de altitud).

AM : Masa del aire absoluta.

TL : Turbiedad de Linke.

En condiciones específicas como en el amanecer y ocaso, o en zonas donde se cuenta con una atmosfera muy clara para mejorar la precisión al calcular la HGI se multiplica por un factor de corrección, factor que se presenta a continuación.

$$Perez_enhancement = e^{(0.01 \times AM)^{1.8}} \quad (13)$$

La Ecuación 13 quedaría expresada de la siguiente manera:

$$GHI = cg1 \times I_0 \times \cos(\theta_z) \times e^{(-cg2 \times AM \times (fh1 + fh2 \times (TL - 1)))} \times e^{(0.01 \times AM)^{1.8}} \quad (14)$$

Parámetros iniciales necesarios:

Coeficientes de altitud

$$cg1 = 0.0000509 \times Altitud + 0.868 \quad (15)$$

$$cg2 = 0.0000392 \times Altitud + 0.868 \quad (16)$$

Factores de corrección

$$fh1 = e^{\left(-\frac{Altitud}{8000}\right)} \quad (17)$$

$$fh2 = e^{\left(-\frac{Altitud}{1250}\right)} \quad (18)$$

Masa del aire

Kasten y Young (1989) sugirieron modificar el modelo de la Ecuación (13) para el cálculo de la masa del aire relativa, la cual es más completa a comparación de lo propuesto por Beckman (1980)

Según Beckman (1980)

$$AM_{Relativa} = \frac{1}{\cos(\theta_z)} \quad (19)$$

Según Kasten y Young (1989)

$$AM_{Relativa} = \frac{1}{\cos(\theta_z) + 0.50572 \times [6.07995 + (90 - \theta_z)]^{-1.6364}} \quad (20)$$

Bird y Hulstrom (1981) proponen tomar en cuenta los efectos de la altitud, por ende se debe multiplicar por la presión del lugar de estudio “p” y dividida por la presión a nivel del mar la cual es 101325 pascales.

$$AM_{Absoluta} = p \times \frac{AM}{101325} \quad (21)$$

Turbiedad de Linke (TL)

Es un factor adimensional que representa la atenuación atmosférica, puede variar de 1 (atmósfera muy limpia) a 10+ (muy contaminada), aunque el rango de valores más típicos utilizados es de 2 a 6.

ii) Estimación de la irradiancia directa normal (DNI)

La estimación de la irradiancia directa normal DNI se obtiene a partir de la irradiancia global horizontal. Para determinar la DNI se calcula el “Beam Normal Clear-sky Irradiance” o “BNCI” y se toma el mínimo para evitar sobrestimaciones (Perez et al., 2002).

$$DNI = \text{Min}(BNCI_1, BNCI_2) \quad (22)$$

Beam Normal Clear-sky Irradiance (BNCI)

$$BNCI_1 = b \times e^{-0.09 \times AM_{Absoluta} \times (TL - 1)} \quad (23)$$

Donde:

$$b = 0.664 + \frac{0.163}{fh1} \quad (24)$$

b : Factor dependiente de la altitud del lugar.

Beam Normal Clear-sky Irradiance (BNCI)

$$BNCI_2 = \frac{GHI \times \frac{1 - (0.1 - 0.2 \times e^{(-TL)})}{0.1 + \frac{0.882}{fh1}}}{\cos(\theta_z)} \quad (25)$$

iii) Estimación de irradiancia horizontal difusa (DHI)

La irradiancia horizontal difusa se obtiene mediante la diferencia entre la irradiancia global horizontal y la irradiancia directa normal.

$$DHI = GHI - DNI \times \cos(\theta_z) \quad (26)$$

2.4.3 Descripción del modelo matemático de trasposición de Perez.

El modelo matemático de trasposición de Perez fue presentado por primera vez en “Modeling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance” (Perez et al., 1990). Este modelo estima la irradiancia global en planos inclinados (POA) mediante coeficientes empíricos dependientes del parámetro de claridad del cielo, ampliamente utilizado por su precisión en distintas orientaciones y ubicaciones (Driesse et al., 2024).

$$POA = DNI_{sup-inclina} + DHI_{perez} + R_G \quad (27)$$

i) Estimación de irradiancia difusa inclinada (DHI_{perez})

La estimación de la irradiancia difusa sobre un plano inclinado (DHI_{perez}) parte de la irradiancia difusa en el plano horizontal (DHI), la cual se ajusta mediante un factor de trasposición (E_d). Dicho factor, que representa la relación entre la irradiancia difusa en el plano inclinado y difusa horizontal, calculado utilizando el modelo de Perez.

$$DHI_{perez} = DHI \times E_d \quad (28)$$

E_d : Factor de trasposición calculado mediante el modelo de Perez.

Factor de trasposición E_d

$$E_d = (1 - F_1) \times \frac{1 + \cos(\beta)}{2} + F_1 \times \frac{A}{B} + F_2 \times \sin(\beta) \quad (29)$$

Los coeficientes a y b representan la componente angular del vector de irradiancia solar incidente, evaluada como el coseno del ángulo de incidencia (θ_i) en dos configuraciones

geométricas: el plano inclinado del sistema fotovoltaico y la superficie horizontal de referencia.

$$A = \text{Max}[0, \cos(\theta_i)] \quad (30)$$

$$B = \text{Max}[\cos(85^\circ), \cos(\theta_z)] \quad (31)$$

Donde, el parámetro A representa el coseno del ángulo de incidencia(θ_i) del haz directo sobre el plano inclinado, y B es un parámetro de normalización utilizado para evitar inestabilidades numéricas cuando el coseno del ángulo cenital (θ_z) es muy pequeño, asegurando resultados consistentes en condiciones de baja elevación solar.

Coeficientes anisotrópicos F_1 y F_2

En el modelo de transposición de Perez, los coeficientes anisotrópicos son factores que ajustan cómo la radiación difusa se distribuye en el cielo, considerando la concentración alrededor del sol (anisotropía) y el brillo del horizonte. Estos coeficientes se obtienen a partir de la Tabla 5, que clasifica condiciones de cielo según el índice de claridad (ϵ) y la elevación solar, asignando valores específicos para mejorar la precisión del cálculo de la irradiancia en un plano inclinado.

$$F_1 = \text{Max} \left[0, f_{11}(\epsilon) + \Delta \times f_{12}(\epsilon) + \frac{\pi\theta_z}{180^\circ} \times f_{13}(\epsilon) \right] \quad (32)$$

$$F_2 = f_{21}(\epsilon) + \Delta \times f_{22}(\epsilon) + \frac{\pi\theta_z}{180^\circ} \times f_{23}(\epsilon) \quad (33)$$

Donde, Δ es el brillo del cielo, calculado en pvlib como:

$$\Delta = \frac{DHI \times AM}{I_0} \quad (34)$$

Y el índice de claridad (ϵ)

$$\epsilon = \frac{\frac{DHI + DNI}{DHI} + 1.041 \times \theta_z^3}{1 + 1.041 \times \theta_z^3} \quad (35)$$

Para el cual, el ángulo cenital θ_z expresado en radianes.

Tabla 5

Coefficientes del modelo de trasposición de Perez.

ϵ	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{21}	f_{22}	f_{23}
$\epsilon \leq 1.065$	-0.00831	0.58773	-0.06206	-0.05960	0.07212	-0.02202
$\epsilon \leq 1.23$	0.12995	0.68260	-0.15138	-0.01893	0.06597	-0.02887
$\epsilon \leq 1.50$	0.32970	0.48687	-0.22110	0.05541	-0.06396	-0.02605
$\epsilon \leq 1.95$	0.56821	0.18745	-0.29513	0.10886	-0.15192	-0.01398
$\epsilon \leq 2.80$	0.87303	-0.39204	-0.36161	0.22556	-0.46204	0.00124
$\epsilon \leq 4.50$	1.13261	-1.23673	-0.41185	0.28778	-0.82304	0.05587
$\epsilon \leq 6.20$	1.06016	-1.59991	-0.35892	0.26421	-1.12723	0.13107
$\epsilon > 6.20$	0.67775	-0.32726	-0.25043	0.15613	-1.37650	0.25062

Nota. Adaptado de Driesse et al. (2024), basado en Pérez (1990).

ii) Estimación de irradiancia directa inclinada ($DNI_{sup-inclina}$)

Para saber cuánta radiación directa recibe un panel fijo inclinado se calcula la componente directa para la superficie inclinada (DNI_{sup-in}), donde entra a tallar el ángulo de incidencia (θ_i), el cual representa el ángulo formado por los rayos del sol y la normal del panel.

$$DNI_{sup-inclinada} = DNI \times \cos(\theta_i) \quad (36)$$

En la que, el ángulo de incidencia θ_i se calcula de la siguiente manera;

$$\cos(\theta_i) = \cos(\theta_z) \times \cos(\beta) + \sin(\theta_z) \times \sin(\beta) \times \cos(\psi - \phi_{panel}) \quad (37)$$

Donde:

β : Ángulo de inclinación del módulo.

ψ : Acimut solar (0° = Sur, $\pm 180^\circ$ = Norte).

ϕ_{panel} : Orientación del panel.

θ_z : Ángulo cenital

iii) Estimación de irradiancia reflejada (R_G)

Es la componente reflejada que llega a una superficie debido a la reflexión del sol, depende de la reflectancia del entorno (ρ) y del ángulo de inclinación de la superficie (β).

$$R_G = \rho \times HGI \times \frac{1 - \cos(\beta)}{2} \quad (38)$$

Donde: ρ : Albedo del suelo,

2.5 Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo aplicada con alcance descriptivo y orientada al desarrollo tecnológico. Su objetivo principal es resolver un problema práctico, analizar la posición solar para determinar el óptimo ángulo de inclinación de paneles solares estáticos en la provincia de Jaén, maximizando su eficiencia en la captación de radiación solar.

“La investigación aplicada se centra en generar conocimiento útil que ayude a resolver problemas específicos, combinando teoría científica con aplicaciones reales; a su vez, el alcance descriptivo del estudio permite caracterizar, medir y registrar cualidades de un fenómeno” (Hernández et al., 2006). Por otro lado, el desarrollo tecnológico busca crear herramientas o modelos ya sean matemáticos o informáticos que permitan alcanzar soluciones concretas (Cegarra, 2004)

2.6 Método

El método a utilizar es el inductivo porque se basa en la recolección y análisis de datos específicos (características geográficas y climatológicas, datos meteorológicos) para llegar a una conclusión general sobre el ángulo óptimo de inclinación de los paneles solares.

El método inductivo se basa en observar fenómenos específicos y, a partir de ellos, formular leyes generales. En contraste, el método deductivo parte de principios generales para aplicarlos a casos particulares (La Fuente & Marin, 2008).

2.7 Procedimientos

OE1: Identificar las características geográficas y climatológicas de la provincia de Jaén, y los requerimientos computacionales del estudio.

2.7.1 Requerimientos computacionales y entornos de programación utilizados

a). Software de programación: Python

Se empleó el lenguaje de programación Python para el procesamiento de datos, la simulación solar y el análisis de resultados, utilizando sus librerías especializadas para optimizar el proceso.

- ***Pvlib***: “La librería pvlib de Python es una herramienta de código abierto con soporte comunitario que proporciona un conjunto de funciones y clases para simular el rendimiento de sistemas de energía fotovoltaica” (Holmgren et al., 2018). “Pvlib proporciona flujos de trabajo de alto nivel que encadenan estos modelos como bloques de construcción para formar modelos completos de sistemas fotovoltaicos de conversión de clima a energía” (Anderson et al., 2023).
 - Repositorio de Pvlib: “<https://github.com/pvlib/pvlib-python>”
- ***Pandas***: Librería Empleada para la manipulación y estructuración de datos tabulares, permitiendo una gestión eficiente de series temporales y resultados experimentales. Fundamental para el análisis de datos.
 - Repositorio de Pandas: “<https://github.com/pandas-dev/pandas>”
- ***Numpy***: Utilizada para operaciones matemáticas avanzadas, incluyendo cálculos vectoriales, trigonométricos y transformaciones de coordenadas solares. La unidad básica en NumPy es una matriz multidimensional lo que resalta sobre otras las listas Python en términos de velocidad y funcionalidad (Roy et al., 2025)
 - Repositorio de Numpy: “<https://github.com/numpy/numpy>”

- **Matplotlib:** Aplicada para la visualización gráfica de los resultados, como trayectorias solares, irradiancia simulada y curvas de inclinación óptima.
 - Repositorio de Matplotlib: “<https://github.com/matplotlib/matplotlib>”

b). Software de sistema de información geográfica: QGIS

QGIS es un software libre de sistemas de información geográfica que permite gestionar, analizar y visualizar datos espaciales, facilitando la identificación de objetos y características del terreno para estudios geográficos y ambientales (Graser et al., 2025).

En esta investigación, QGIS fue empleado para el análisis geográfico del terreno de Jaén, la geoubicación y el análisis de curvas de nivel, con el fin de determinar el perfil geográfico radial y las sombras generadas por las montañas que rodean la zona, las cuales pueden afectar la captación de radiación solar.

Los metadatos utilizados fueron:

1. **Global Ensemble Digital Terrain Model 30m (GEDTM30):** Según, Ho y Hengl (2025) GEDTM30 es un modelo digital de terreno global de 30 m, generado mediante fusión de datos con aprendizaje automático, útil para análisis de topografía, hidrología y geomorfometría.
 - Repositorio de GEDTM30: “<https://github.com/openlandmap/GEDTM30>”

2.7.2 Parámetros de entrada

Los parámetros de entrada serán las características geográficas y climatologías de Jaén, ambos utilizados como inputs del algoritmo de posición solar y optimización del ángulo de inclinación.

Tabla 6*Inputs para el cálculo de la posición del sol y ángulo óptimo de inclinación*

<i>Parámetros de entrada</i>	
Latitud	-5.67593561078734
Longitud	-78.77769275820863
Elevación media	729 m.s.n.m
Zona horaria	UTC -5 (América/Lima)
Rango temporal	Anual, estacional, mensual y por día
Frecuencia de análisis	Min (minutos) y H (horas)
Rango de barrido de datos	$0^{\circ} < \text{Altitud} < 180^{\circ}$
Ángulo de sombreado	Análisis en Qgis

2.7.3 Análisis de sombreado por el horizonte

Para cuantificar con precisión las horas de luz solar efectivas, se realizó un análisis del sombreado proyectado por el perfil radial del horizonte topográfico. Este procedimiento es crucial, ya que los cálculos teóricos convencionales, que asumen un horizonte perfectamente plano, sobreestiman la disponibilidad del recurso solar. Utilizando la librería Pvlib de Python, se procesaron los datos geográficos previamente analizados en Qgis (**Anexo 3**). Se empleó el modelo de elevación digital del terreno GETM30 (Global 30 Arc-Second Elevation) para generar un perfil del horizonte. Este perfil define la altitud de los obstáculos naturales (cerros, montañas) en cada dirección azimutal con respecto al punto de instalación de los paneles.

Como resultado, se determinaron los instantes reales de amanecer y atardecer para el punto de estudio, permitiendo calcular la ventana solar útil y descartar las horas en las que el panel se encontraría en sombra debido al relieve circundante.

OE2: Desarrollar un algoritmo mediante software de programación para calcular la posición aparente del sol.

2.7.4 Cálculo de la posición aparente del sol

Se inició un objeto “***Location***” de la librería Pvlib, encapsulando los parámetros de entrada (*latitud, longitud, altitud y zona horaria*). Seguidamente, se define el rango temporal de análisis (2024 - 2033) mediante la librería Pandas.

Con la ubicación y el tiempo definidos, se invoca la función “***site.get_solarposition***”. Esta función es el núcleo del cálculo geométrico y determina la trayectoria del sol para cada instante, devolviendo los ángulos solares fundamentales, altitud (0° a 90°) y azimut (0° a 360°). El **Anexo 8** detalla la implementación de esta función.

Para validar la precisión del algoritmo implementado, se realizó un análisis comparativo contrastando sus resultados con los de una fuente externa de alta fiabilidad. Como herramienta de referencia, se utilizó el simulador solar del *Nebraska Astronomy Applet Project (NAAP Labs)*, una aplicación de libre acceso desarrollada por la Universidad de Nebraska-Lincoln.

El procedimiento consistió en seleccionar fechas y horas clave (solsticios y equinoccios) como puntos de control. Para estos puntos, se compararon los ángulos de altitud y azimut calculados por el algoritmo propio con los generados por NAAP Labs.

2.7.5 Estimación de Irradiancia en Condiciones de Cielo Despejado

Una vez conocida la posición solar, el siguiente paso fue estimar la irradiancia que llegaría a la superficie en condiciones ideales (clearsky o cielo despejado). Para ello, se seleccionó el modelo de Ineichen, implementado en “*pvlb.clearsky.ineichen()*”. El resultado de este paso son las tres componentes de la irradiancia en el plano horizontal: GHI (Global), DNI (Directa Normal) y DHI (Difusa).

2.7.6 Transposición de Irradiancia al Plano Inclinado

Finalmente, para determinar los rayos que incide directamente sobre el panel, se realizó una transposición de la irradiancia del plano horizontal al plano inclinado. Se optó por el modelo de Perez (*pvlb.irradiance.get_total_irradiance(..., model='perez')*), ya que es uno de los más precisos y aceptados en la industria fotovoltaica para modelar la distribución de la irradiancia difusa. El resultado de esta última etapa es la Irradiancia en el Plano inclinado (POA).

El POA sirve como una referencia de cuánta energía solar se puede aprovechar en el plano inclinado integrando las componentes de irradiancia directa y difusa, las cuales dependen del ángulo con que los rayos solares inciden sobre la superficie del panel.

Consecuentemente, se calculó la irradiancia anual a través de un rango de ángulos de inclinación. El bucle evaluó ángulos desde 0° hasta 60°, con incrementos de 0.1°. Para cada uno de estos ángulos, se ejecutó el cálculo de transposición (modelo de Perez) para generar una serie temporal completa de la Irradiancia en el Plano del Arreglo (POA) para todo un año. Finalmente, se calculó la irradiación anual y por día que el panel puede recibir en kWh/m².

OE3: Determinar el ángulo óptimo de inclinación mediante el análisis de la posición solar.

2.7.7 Algoritmos de Optimización del Ángulo de Inclinación

Método 1: Determinación del ángulo óptimo al mediodía (método estándar)

Mediante la **Ecuación 4** se calcula la declinación solar, posteriormente se determinó el ángulo óptimo de inclinación al mediodía solar mediante la relación:

$$\beta_{medio\ día} = | \varphi - \delta | \quad (39)$$

Método 2: Determinación del ángulo óptimo para día completo

Para determinar el ángulo óptimo nos ayudamos en la vectorización de la trayectoria solar para convertir las coordenadas esféricas (altitud y acimut) a coordenadas cartesianas (rectangulares), con una frecuencia de 10 minutos se creó intervalos temporales en los cuales se calculó la posición del sol mediante la altitud (α) y el acimut (ψ).

Con estos parámetros se construyó el vector unitario de la posición del sol:

$$\hat{s}(t) = \begin{bmatrix} \cos \alpha(t) \times \sin \psi(t) \\ \cos \alpha(t) \times \cos \psi(t) \\ \sin \alpha(t) \end{bmatrix} \quad (40)$$

Vector normal del panel inclinado con ángulo β :

$$\hat{n}(\beta) = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \beta \\ \cos \beta \end{bmatrix} \quad (41)$$

Producto escalar:

$$\cos \theta_i(t, \beta) = \hat{s}(t) \times \hat{n}(\beta) \quad (42)$$

Mediante el producto escalar se busca la optimización de los rayos vectorizados al módulo, si $\cos \theta_i < 0$, el sol está detrás del panel, se descarta ($\max(\cos \theta_i, 0)$), cuando $\cos \theta_i = 1$ se tiene los rayos perpendiculares al módulo, por ende es más favorables.

Índice de captación (“score”) para el día:

Considerando únicamente valores positivos $\cos \theta_i > 0$, se calculó un índice de captación promedio (“score”) para cada inclinación:

$$Score(\beta) = \frac{1}{N} \times \sum_{t=1}^N (\max(\cos \theta_i(t, \beta), 0)) \quad (43)$$

Finalmente, el ángulo óptimo diario (β diario) se determinó como aquel que maximizó el valor del score en el intervalo de búsqueda $[-45^\circ, 45^\circ]$, el intervalo puede variar dependiendo la ubicación geográfica.

$$\beta_{Diario} = \text{Arg}_{\beta \in [-45^\circ, 45^\circ]} \max(Score(\beta)) \quad (44)$$

2.7.8 Análisis de datos

Potencia

$$P = V \times I \quad (45)$$

Energía acumulada

$$E = \int P(t) dt \quad (46)$$

$$E = \sum_{i=1}^n P_i \times \Delta t \quad (47)$$

Error absoluto $|\Delta|$

Mide la diferencia entre los datos de referencia con el calculado.

$$|\Delta| = |Pvlib - Manual| \quad (48)$$

Error relativo

Mide el grado de error porcentual entre el valor de referencia con el calculado, indicando la magnitud del error en proporción al dato.

$$Error\ relativo\ \% = \frac{|\Delta|}{Pvlib} \times 100\% \quad (49)$$

Error absoluto medio

Es el promedio de todos los errores absolutos, y muestra qué tan grande es el error típico en general.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta| \quad (50)$$

Desviación estándar

Indica cuánto se dispersan o alejan los datos respecto a la media. Cuanto mayor sea, más variabilidad existe en el conjunto de datos; si es pequeña, los datos están más concentrados alrededor del promedio.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (51)$$

Correlación de Pearson

Mide la relación lineal entre dos variables numéricas, indicando qué tan fuerte y en qué dirección se asocian. Determina si esa relación es estadísticamente real.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \times \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (52)$$

OE4: Implementar el sistema de medición experimental fotovoltaico para corroborar la captación energética de los ángulos de inclinación óptimo y tradicional.

2.7.9 Diseño e implementación del prototipo de medición

– Módulos fotovoltaicos

Figura 9

Módulos fotovoltaicos de 53 W a 18V



Nota. Ambos módulos cuentan con características iguales.

Figura 10

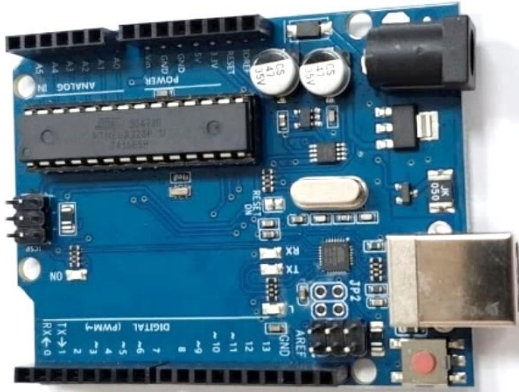
Características nominales de los módulos

Technical Data	
MODULE TYPE: GP-050W-6P36	
Peak Power(P _{max})	(W): 53
Production Tolerance	(%): ±5
Maximum Power Current(I _{mp})	(A): 2.944
Maximum Power Voltage(V _{mp})	(V): 18
Short Circuit Current(I _{sc})	(A): 3.239
Open Circuit Voltage(V _{oc})	(V): 21.6
Weight	(Kg): 6.0
Dimensions	(mm): 665*625*30
Maximum System Voltage	(VDC): 1000
Wind Resistance	(Pa): 2400
All technical data at standard test condition AM=1.5 E=1000w/m ² Tc=25°C 25 Years Limited Output Guarantee	
ISO	

– *Microcontrolador Arduino uno*

Figura 11

Arduino uno



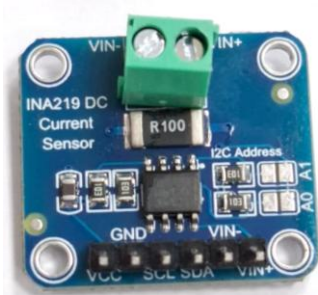
Características:

- × Microcontrolador principal: ATmega328P de 8 bits.
- × Chip USB-Serial: ATmega16U2 (permite comunicación con la PC).
- × Voltaje de operación: 5 V DC.
- × Rango de alimentación externa: 6 V a 20 V (óptimo 7–12 V).
- × Entradas/Salidas digitales: 14 pines (6 con función PWM).
- × Entradas analógicas: 6 canales con resolución de 10 bits.
- × Corriente máxima por pin: 40 mA.
- × Memoria FLASH: 32KB (2KB usados por el Bootloader)
- × Memoria SRAM: 2KB
- × Memoria EEPROM: 1KB
- × Frecuencia de reloj: 16MHz
- × Leds indicadores: Power, L(Pin 13), TX y RX

– *Sensores de corriente y voltaje*

Figura 12

Sensor de corriente y voltaje INA219



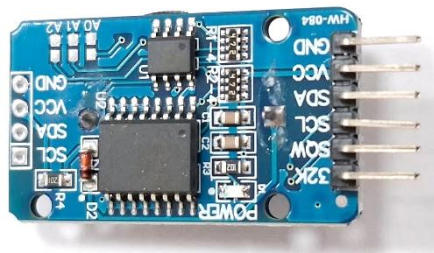
Características:

- × Alimentación del módulo: 3V a 5V
- × Capacidad de medición: Hasta 25V y 3.2A
- × Precisión de corriente: Resolución de 0.8 mA
- × Comunicación: Interfaz I2C, compatible con niveles lógicos de 3.3V y 5V
- × Dirección I2C por defecto: 0x40 (configurable mediante puentes)
- × Resistencia Shunt: 0.1 Ohm

– *Módulo RTC para incorporar fecha y hora*

Figura 13

Módulo RTC DS3231 + EEPROM AT24C32 (I2C)

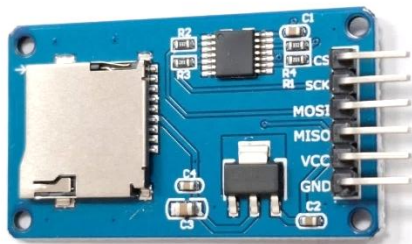


Características:

- × Reloj en tiempo real (RTC) basado en el chip DS3231 de alta precisión.
 - × Compensación de temperatura, incluye oscilador interno que asegura gran exactitud (± 2 ppm).
 - × Alimentación compatible con 3.3 V y 5 V DC.
 - × Interfaz digital I2C, lo que facilita su conexión al Arduino.
 - × Memoria integrada: EEPROM AT24C32 de 32 Kbit para almacenamiento de datos.
- ***Módulo Lector de memoria Micro SD Card 74LVC125A***

Figura 14

Módulo Card SD 74LVC125A



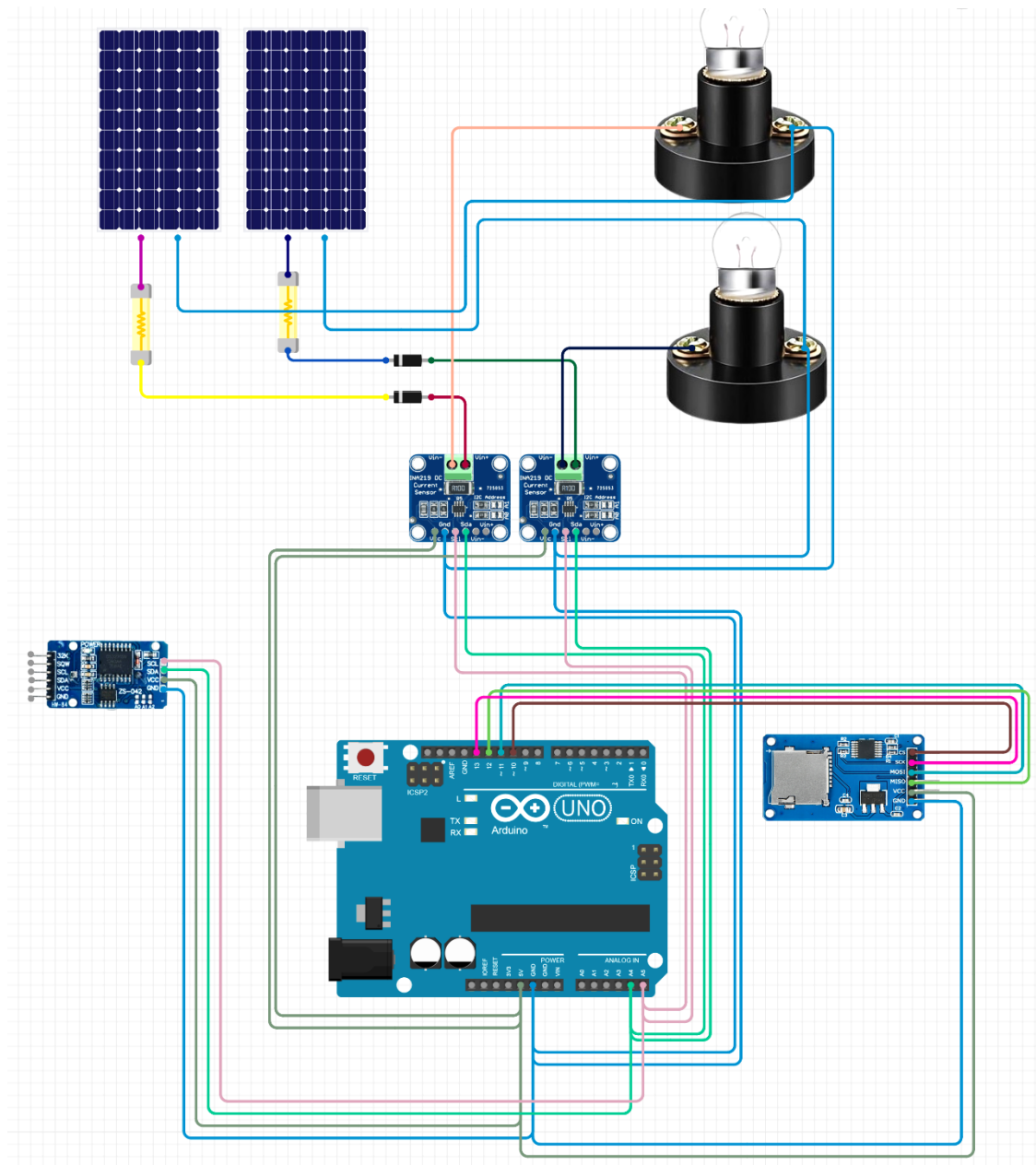
Características:

- × Voltaje de Alimentación: 3.3V a 5V (gracias a un regulador integrado).
- × Interfaz de Comunicación: SPI (pines principales: MOSI, MISO, SCK, CS).
- × Compatibilidad Lógica: Funciona con microcontroladores de 3.3V y 5V (incluye conversor de nivel).
- × Tarjetas Soportadas: Micro SD y Micro SDHC.
- × Software: Utiliza la librería "SD" estándar que ya viene incluida en el IDE de Arduino.

– *Diseño del circuito de medición*

Figura 15

Circuito electrónico para medir corriente y voltaje

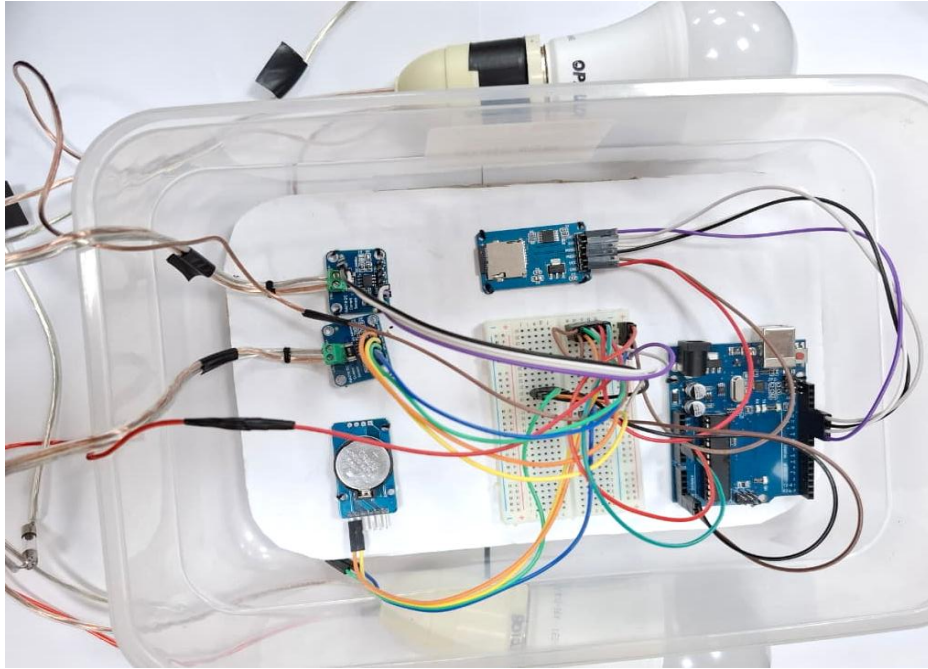


Nota. El código de Arduino utilizado para el circuito (**Anexo 12**).

– *Montaje del circuito de medición*

Figura 16

Módulo de medición implementado



– *Pruebas preliminares del sistema de medición.*

Para las mediciones se utilizó 2 módulos fotovoltaicos de 53W con las mismas características con ángulos de inclinación distintos uno del otro, estos módulos alimentan una carga individual con la misma potencia. La finalidad de esto es que se pueda medir corriente, voltaje y potencia instantánea sin que otro parámetro que no sea la inclinación del módulo interfiera en la medición.

La medición de corriente, voltaje y potencia se llevó a cabo mediante un módulo compuesto de sensores de corriente y voltaje (INA219), controlados por un Arduino uno, que recolecta los datos medidos en una memoria SD.

Figura 17

Pruebas experimentales preliminares

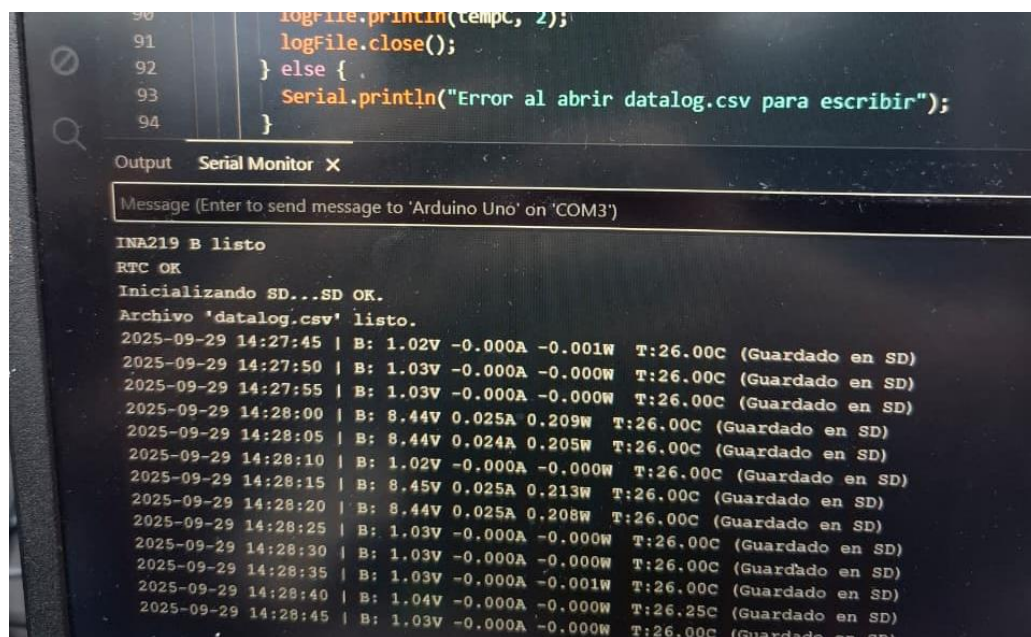


Figura 18

Datos guardados en la memoria SD

timestamp	V_A[V]	I_A[A]	P_A[W]	V_B[V]	I_B[A]	P_B[W]
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.05	0.427	8.134
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.04	0.428	8.149
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.05	0.428	8.153
01/10/2025 10:00	19.18	0.409	7.85	19.04	0.428	8.149
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.04	0.428	8.149
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.04	0.428	8.149
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.04	0.428	8.149
01/10/2025 10:00	19.18	0.408	7.83	19.04	0.429	8.168
01/10/2025 10:00	19.17	0.409	7.84	19.03	0.429	8.164
01/10/2025 10:00	19.16	0.408	7.82	19.03	0.429	8.164
01/10/2025 10:00	19.16	0.408	7.82	19.03	0.428	8.145
01/10/2025 10:00	19.17	0.409	7.84	19.04	0.429	8.168
01/10/2025 10:01	19.17	0.408	7.82	19.03	0.429	8.164
01/10/2025 10:01	19.17	0.408	7.82	19.04	0.429	8.168
01/10/2025 10:01	19.17	0.408	7.82	19.03	0.429	8.164
01/10/2025 10:01	19.17	0.408	7.82	19.03	0.429	8.164
01/10/2025 10:01	19.17	0.408	7.82	19.02	0.43	8.179

Nota. Las pruebas preliminares corroboraron la funcionalidad de los sensores y por ende el funcionamiento del sistema de medición.

– *Implementación del sistema de medición*

En el apartado *Diseño e implementación del prototipo de medición* se especifica los materiales utilizados así como sus características técnicas. A continuación, se describe el montaje e implementación final del sistema de medición.

Figura 19

Fijación de los módulos fotovoltaicos a eje rotatorio



Nota. Módulos fotovoltaicos instalados sobre un eje circular que permite el ajuste independiente de la inclinación de cada panel.

Figura 20

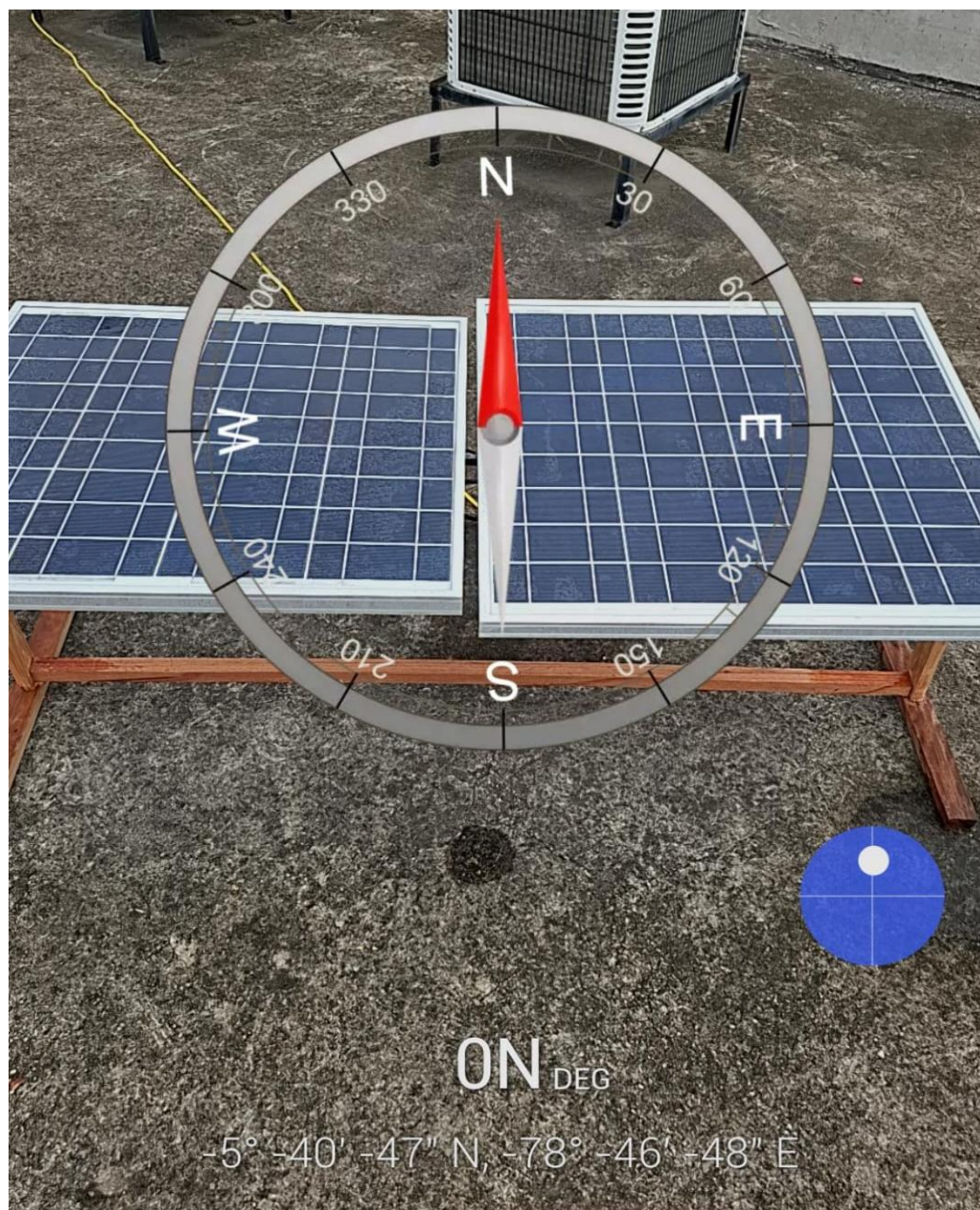
Calibración del sistema de medición



Nota. Normalmente los sensores INA219 cuentan con una calibración de fábrica, se realizó una verificación en campo para garantizar la fiabilidad y exactitud de los datos experimentales. Asimismo verificar la temperatura de cada uno de los módulos fotovoltaicos con termómetro infrarrojo digital.

Figura 21

Orientación del sistema fotovoltaico



Nota. Los módulos fotovoltaicos fueron orientados de sur a norte geográfico; en la programación se consideró un ángulo de acimut igual a 0° .

Figura 22

Sistema de medición ensamblado



Nota. Con el ensamblaje finalizado, el sistema de medición quedó listo para la fase experimental, pendiente únicamente de la configuración del ángulo de inclinación de cada módulo fotovoltaico según los requerimientos del análisis.

RESULTADOS

3.1 Análisis geográfico y sus implicaciones del horizonte en las horas de luz aprovechables

3.1.1 Horas de luz solar aprovechables en condiciones ideales

Tabla 7

Horas de luz solar aprovechables según el Pvlib y método teórico

<i>Mes</i>	<i>Días por mes</i>	<i>Horas mensuales Método Pvlib</i>	<i>Horas mensuales Método teórico</i>	<i>Variación entre métodos</i>	<i>Diferencia en %</i>
Enero	31	375.8	381	5.2	1.36%
Febrero	28	336	341	5	1.47%
Marzo	31	365.8	373	7.2	1.93%
Abril	30	351.8	356.2	4.4	1.24%
Mayo	31	359.8	364	4.2	1.15%
Junio	30	345	350.3	5.3	1.51%
Julio	31	359.7	362.9	3.2	0.88%
Agosto	31	362.2	366.4	4.2	1.15%
Septiembre	30	353.8	359.2	5.4	1.50%
Octubre	31	370.7	376.1	5.4	1.44%
Noviembre	30	361.3	367.9	6.6	1.79%
Diciembre	31	377	382	5	1.31%

Nota. El método de Pvlib se basa en las coordenadas celestes, en cambio el método teórico estima un aproximado de la declinación y la latitud.

Tabla 8*Promedio diario de luz solar aprovechable para cada mes (Pvlib)*

<i>Mes</i>	<i>Días por mes</i>	<i>Horas por día</i>
Enero	31	12.12
Febrero	28	12.00
Marzo	31	11.80
Abril	30	11.73
Mayo	31	11.61
Junio	30	11.50
Julio	31	11.60
Agosto	31	11.68
Septiembre	30	11.79
Octubre	31	11.96
Noviembre	30	12.04
Diciembre	31	12.16

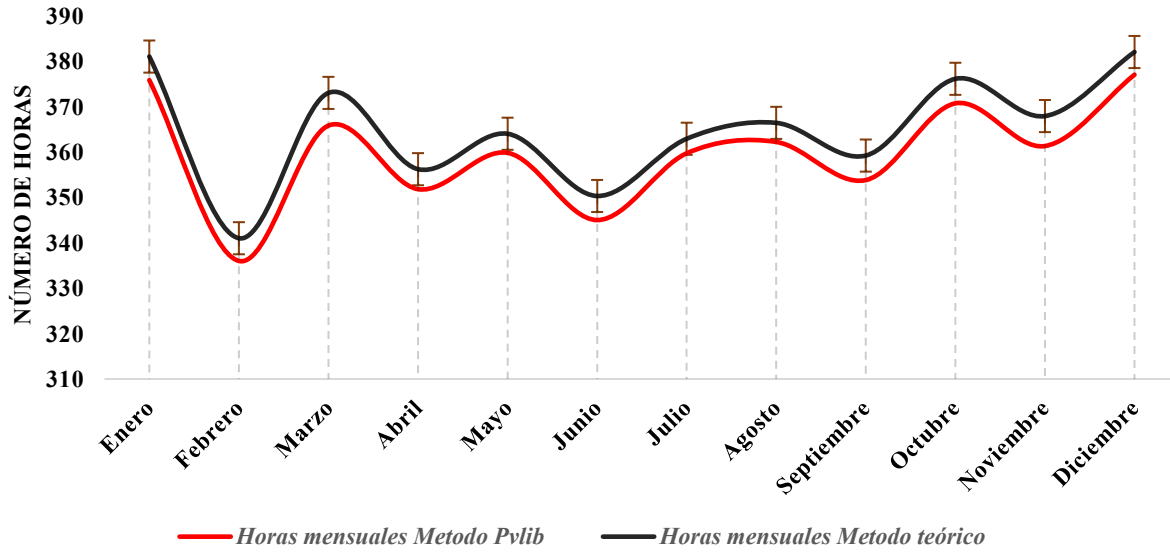
Tabla 9*Duración promedio de luz solar aprovechable*

<i>Métodos</i>	<i>Promedio mensual</i>	<i>Promedio al día</i>	<i>Horas totales</i>
<i>Método Pvlib</i>	359.91	11.83	4318.9
<i>Método teórico</i>	365	12	4380

Nota. La diferencia de horas entre el método teórico y el de Pvlib da un valor promedio de 61.1 horas anuales y de 0.19 al día, equivalente a 11 minutos.

Figura 23

Variación mensual del promedio de horas de luz solar aprovechables



La estimación de las horas de luz solar aprovechables se realizó mediante dos métodos (**Tabla 8**). El primero, a través de un software computarizado de Python y la librería Pvlib, que determina el amanecer y el atardecer cuando el ángulo de altitud del Sol coincide con el horizonte. El segundo, mediante un cálculo manual basado en la **Ecuación 53**, la cual permite obtener un valor aproximado de las horas de luz solar disponibles en el día. Ambos métodos muestran similitud en sus cálculos con un grado de error máximo 1.93% entre uno y el otro.

$$N = \frac{2}{15} \times \cos^{-1}[-\tan(\varphi) \times \tan(\delta)] \quad (53)$$

Mediante Pvlib se estimaron que al año se cuenta con una disponibilidad de 4318 horas con 54 minutos, en cambio, con el método manual se obtuvo una total de 4380 horas aprovechables al año (**Tabla 9**). El promedio de horas aprovechables al día, Pvlib nos estima 11 horas con 50 minutos, y mediante el cálculo manual se obtiene 12 horas exactas.

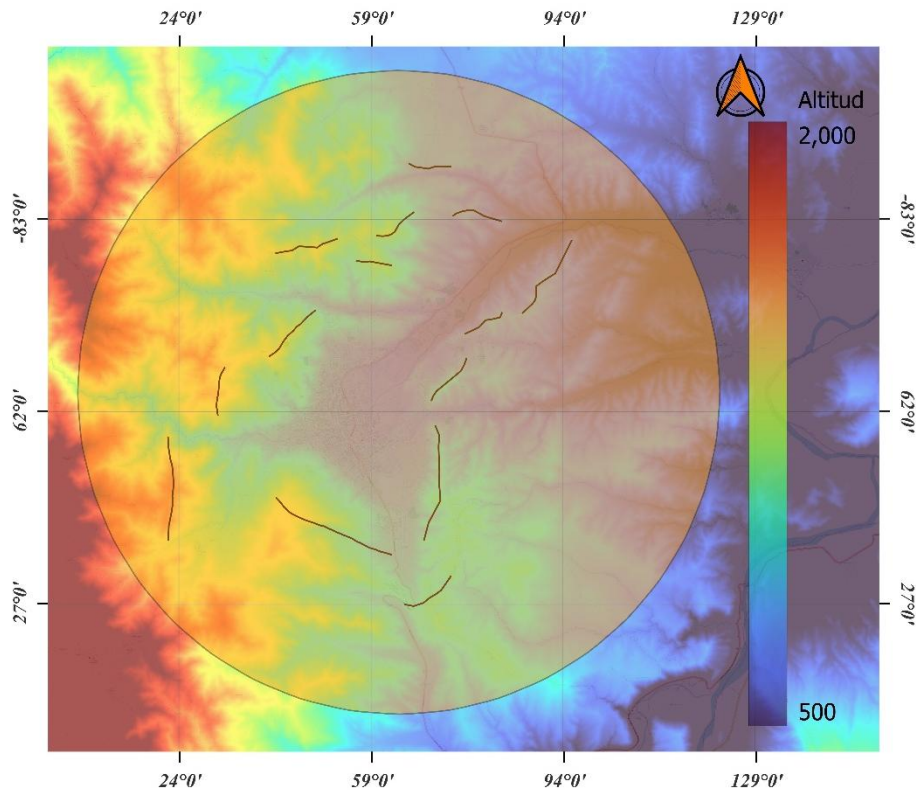
Durante los meses de diciembre, enero, febrero y marzo, la duración del día superó las 12 horas diarias. En los meses de junio, julio, agosto y septiembre, la duración del día se mantuvo por debajo de las 12 horas.

3.1.2 Horas de luz solar aprovechables mediante análisis de sombreado

Aunque la zona de influencia abarca un diámetro de 10 km, el análisis se realizó de forma independiente para cada grado acimutal. Las líneas negras dentro de la zona (**Figura 24**) representan las colinas identificadas mediante Google Earth, las cuales fueron georreferenciadas en QGIS y complementadas con el modelo digital de terreno GDEM-30 para extraer la elevación del relieve a 360°.

Figura 24

Zona de influencia para el análisis de sombreado en Jaén



El análisis de sombreado causado por el horizonte para la ciudad de Jaén (**Figura 24**), identificó un perfil topográfico con el horizonte visible de forma radial a 360° alrededor de Jaén.

Figura 25

Perfil topográfico radial de Jaén

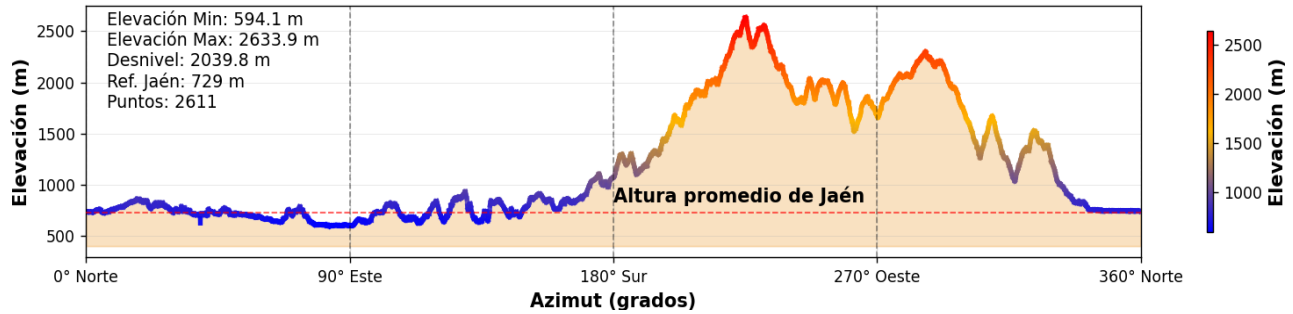
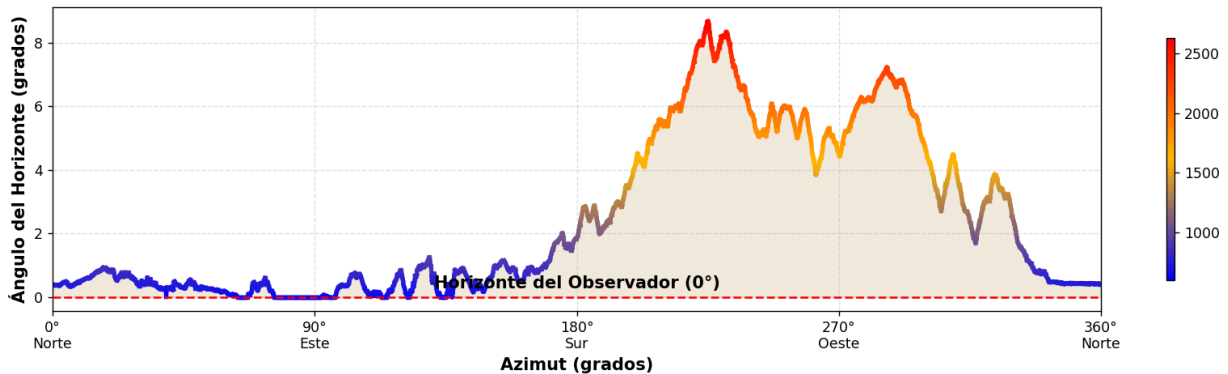


Figura 26

Perfil topográfico e interferencia en grados



El perfil topográfico radial (**Figura 25**) presentó las elevaciones del terreno alrededor de Jaén. Se observó que durante el amanecer las obstrucciones fueron mínimas, mientras que en el sector oeste, correspondiente al atardecer, aparecieron montañas de mayor elevación que reducen las horas de luz solar disponibles. En la **Figura 26** se ilustra el ángulo de apunte desde la perspectiva del observador para los 360° del acimut.

La **Tabla 10** presenta los ángulos de amanecer y atardecer calculados a partir del perfil topográfico del horizonte, así como el promedio de los ángulos de apunte mensual. Estos valores permitieron determinar las horas de luz solar aprovechables y estimar las pérdidas potenciales ocasionadas por la interferencia del relieve del horizonte.

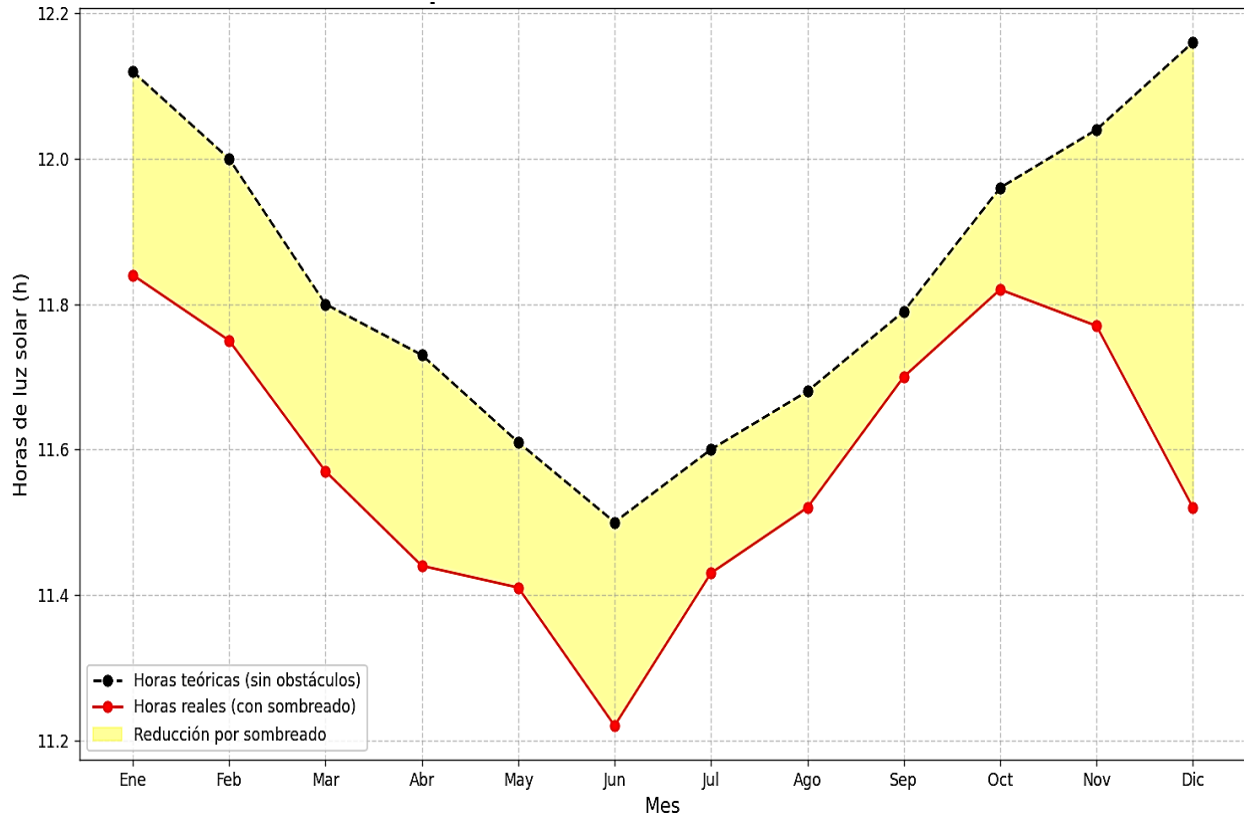
Tabla 10

Horas aprovechables de luz solar mediante análisis de sombreado

Meses	Ángulo Amanecer (°)	Ángulo Atardecer (°)	Horas Aprovechables (h)	horas perdidas mensuales
Enero	0.08	6.8	11.84	8.76
Febrero	0.06	5.6	11.75	7
Marzo	0.02	5.58	11.57	7.13
Abril	0.2	6.02	11.44	8.6
Mayo	0.2	5.64	11.41	6.09
Junio	0.31	6.21	11.22	8.4
Julio	1.04	5.87	11.43	5.37
Agosto	1.1	4.27	11.52	5.08
Septiembre	0.49	4.08	11.70	2.8
Octubre	0.15	3.85	11.82	4.28
Noviembre	0.2	5.45	11.77	8.2
Diciembre	0.4	7.1	11.52	19.88

Figura 27

Reducción de horas aprovechables de sol por efecto del horizonte



En Jaén, el análisis de sombras generado por el relieve del terreno evidencia una reducción de las horas de luz solar aprovechables (**Figura 52**). La disminución más significativa se observa en enero (8.68 horas), junio (8.40 horas), noviembre (8.20 horas) y diciembre (19.88 horas). En el periodo anual, la diferencia acumulada entre las horas teóricas y las reales fue de 91 horas con 35 minutos, lo que equivale a 3 días con 19 horas y 35 minutos de reducción anual de horas de luz solar, esta reducción de horas de luz solar se dio en las horas de la tarde pasado de las 5 pm. En el **Anexo 3** se presenta la metodología aplicada empleando las herramientas de Qgis y Python.

3.2 Análisis de la posición aparente del sol en la provincia de Jaén

3.2.1 Declinación solar

Tabla 11

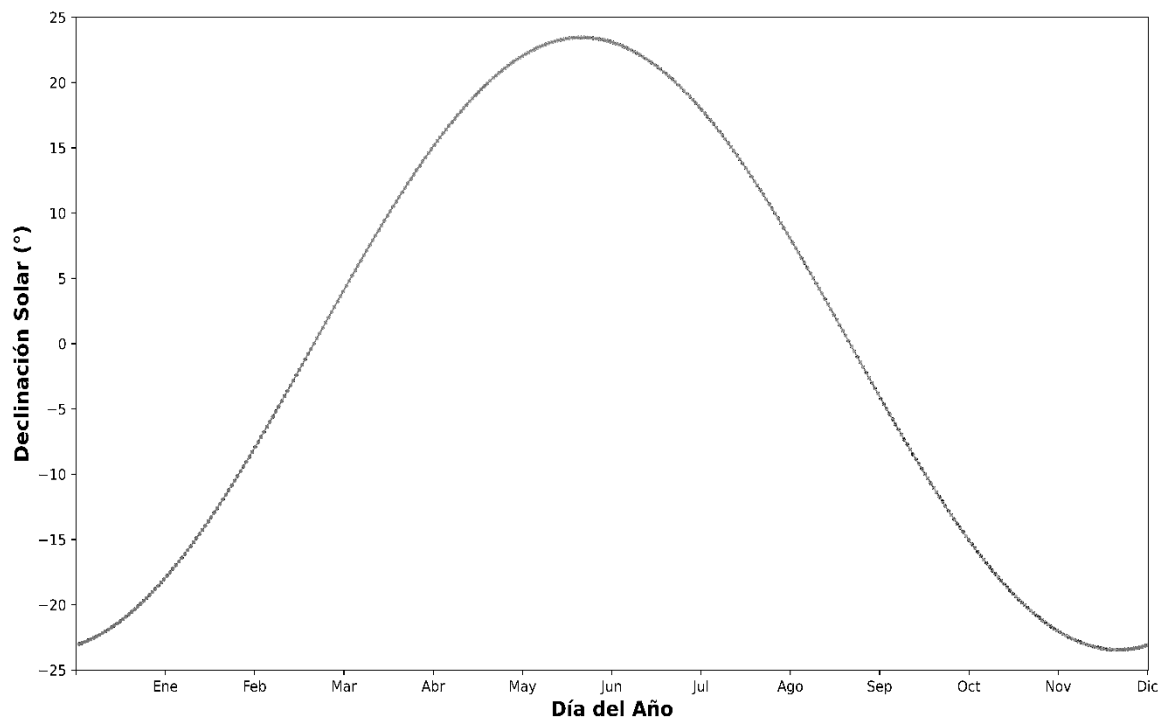
Declinación mensual promedio de la ciudad de Jaén

<i>Mes</i>	<i>Declinación solar mensual (δ)</i>
Enero	-21.3
Febrero	-13.3
Marzo	-2.8
Abril	9.4
Mayo	18.8
Junio	23.3
Julio	21.5
Agosto	13.8
Septiembre	2.2
Octubre	-9.6
Noviembre	-19.1
Diciembre	-23.3

Nota. En la **Tabla 11** se presentan los valores aproximados de declinación mensual, mientras que en la **Figura 28** se grafica la declinación anual.

Figura 28

Declinación anual en la ciudad de Jaén



Nota. La declinación va desde los -23.45 en diciembre a los +23.45 en junio, los meses junio (solsticio de invierno), septiembre (Equinoccio de primavera) y diciembre (solsticio de verano) se produce el cambio de estación. **Anexo 4** detalla las estaciones y a que meses corresponde cada uno.

3.2.2 Coordenadas celestes (altitud y acimut)

Utilizando la librería Pvlib se obtiene las coordenadas celestes (altitud y acimut) para la década de 2024 al 2033, datos que fueron contrastados con el cálculo manual (**Anexo 5**) El análisis estadístico muestra que el error entre ambos métodos es mínimo, con un error absoluto medio (MAE) de 0.068. El error absoluto es menor a 0.2° y el error relativo inferior al 3 %.

Tabla 12*Altitud, acimut y ángulo cenital de 01 de enero del 2025 (Pvlib)*

<i>Hora Local</i>	<i>Ángulo de altitud</i>	<i>Ángulo acimut</i>	<i>Ángulo cenital</i>
06:06:52	0.00	113.14	90.00
07:00:00	11.75	112.31	78.25
08:00:00	25.51	112.75	64.49
09:00:00	39.15	115.11	50.85
10:00:00	52.37	120.84	37.63
11:00:00	64.32	134.20	25.68
12:00:00	72.15	165.68	17.85
13:00:00	70.10	208.85	19.90
14:00:00	60.15	232.16	29.85
15:00:00	47.56	241.88	42.44
16:00:00	34.13	246.08	55.87
17:00:00	20.41	247.63	69.59
18:00:00	6.69	247.52	83.31
18:30:53	0.00	246.91	90.00

Nota. Los datos se obtuvieron mediante la librería Pvlib de Python (**Anexo 8**), con una frecuencia de barrido de 10 minutos.

Tabla 13*Eventos característicos del ciclo solar para el 1 de enero del 2025*

<i>Evento</i>	<i>Hora</i>	<i>Ángulo de altitud</i>	<i>Ángulo acimut</i>
Amanecer	06:06:52	0°	113.1351°
Altitud Máxima	12:19:00	72.7434°	180.083°
Atardecer	18:30:53	0°	246.9107°

Variabilidad de las coordenadas celestes en un rango de 10 años.**Tabla 14***Desviación estándar de las coordenadas solares*

<i>Fecha</i>	<i>Hora</i>	<i>σ (Altitud)</i>	<i>σ (Acimut)</i>
01-01	07:00	0.0353	0.0271
01-01	08:00	0.0324	0.0334
01-01	09:00	0.0285	0.0439
01-01	10:00	0.0221	0.0631
01-01	11:00	0.0098	0.1001
01-01	12:00	0.0177	0.1332
01-01	13:00	0.0418	0.045
01-01	14:00	0.0442	0.0127
01-01	15:00	0.0416	0.0242
01-01	16:00	0.0387	0.0271
01-01	17:00	0.0358	0.0286
01-01	18:00	0.0325	0.0306

Al analizar los ángulos de altitud y el acimut una hora específica de cada día durante un rango de 10 años (**Tabla 14**) se pudo obtener la variación que pueden llegar a tener estas coordenadas de un año a otro.

Tabla 15

Desviación estándar máxima del periodo 2024 - 2033

<i>Coordenada celeste</i>	<i>Desviación estándar máxima σ_{max}</i>
Altitud	0.1145
Acimut	8.96
Acimut (<i>Datos excluidos del medio día para los primeros 20 días de octubre</i>)	0.441

La **Tabla 15** muestra la desviación estándar máxima del ángulo de altitud y acimut. La altitud tiene un valor de 0.1145 lo que indica una dispersión mínima alrededor del promedio. En el caso del acimut, la desviación estándar máxima fue de 8.96. Como se aprecia en la **Tabla 12**, el acimut pasó de 165.68° a 208.85° en el intervalo de 12:00 a 13:00 horas. Posteriormente, al excluir los datos correspondientes al periodo del 1 al 20 de octubre en el rango de 12:00 a 13:00 horas para evitar sobredimensionamientos en la desviación, la desviación estándar del acimut se redujo a 0.441.

Figura 29

Trayectoria y analema solar anual mediante Pvlib

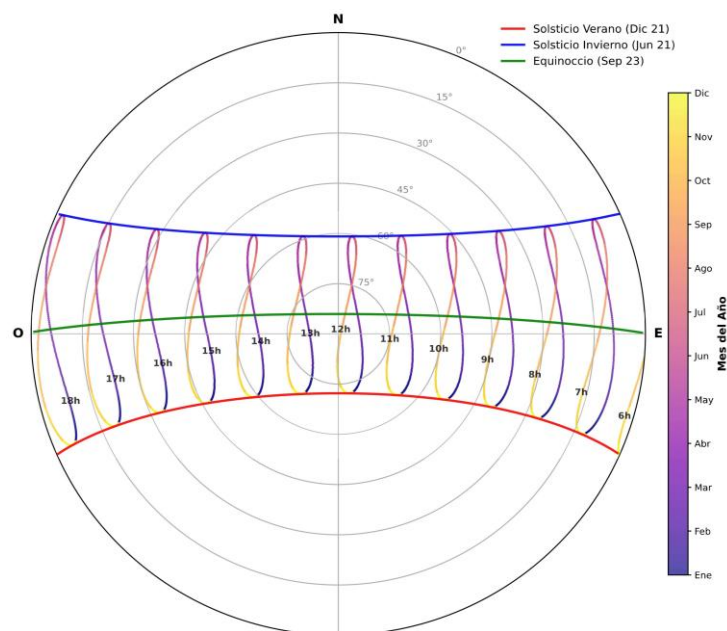
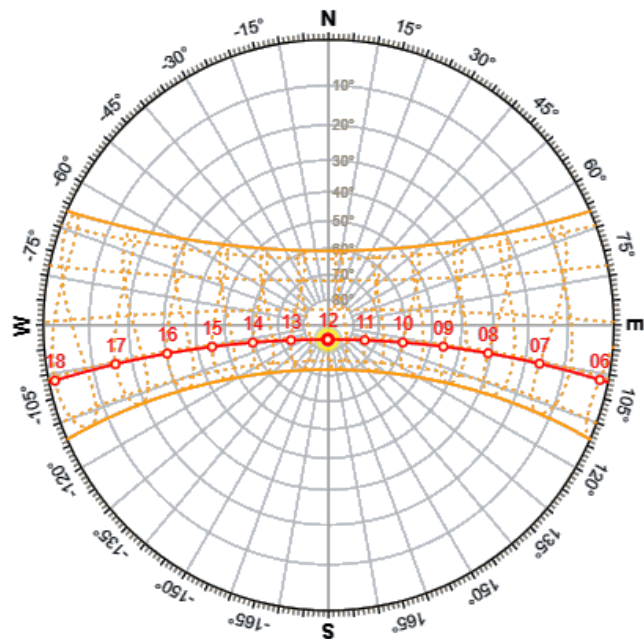


Figura 30

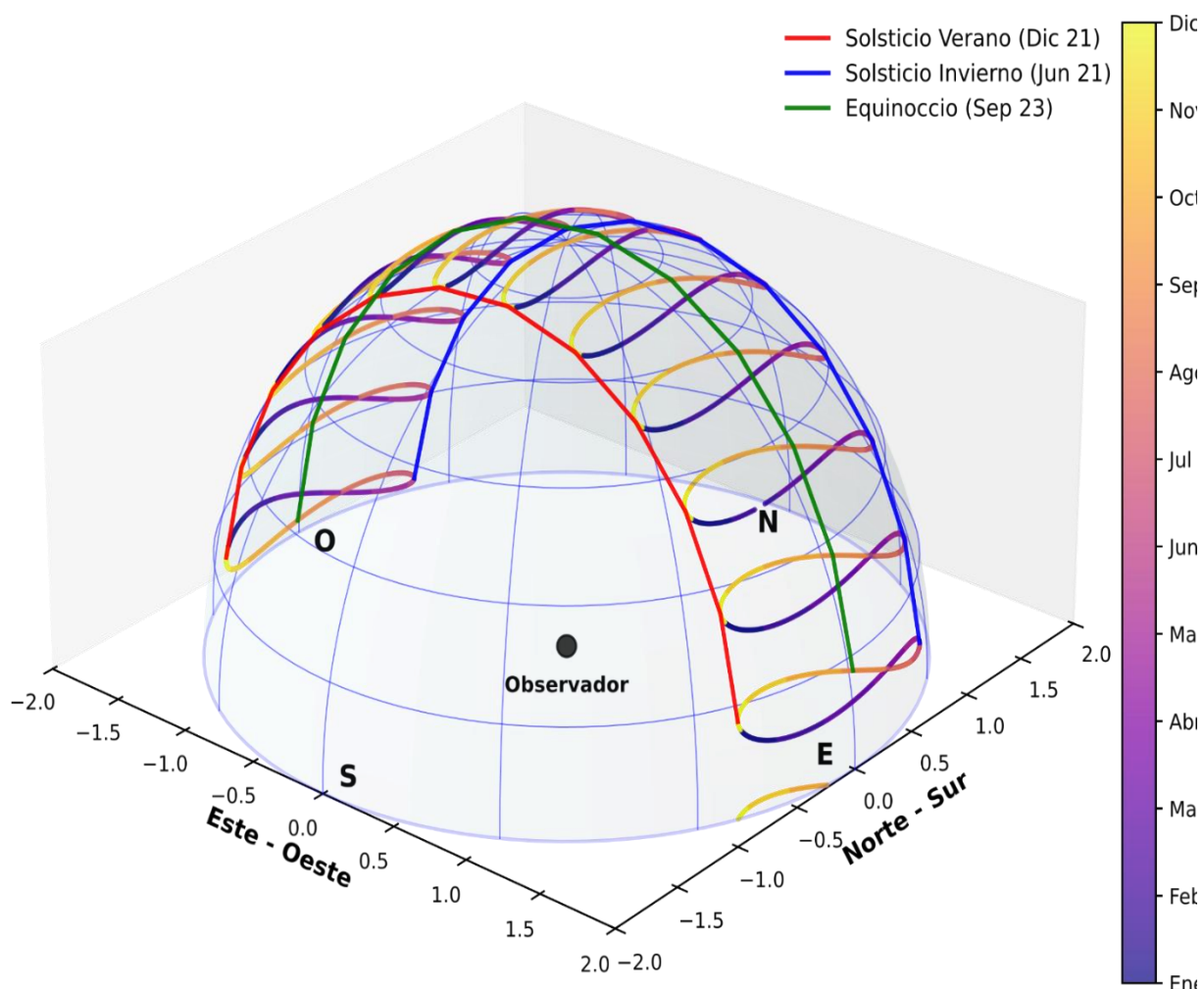
Trayectoria y analema solar anual mediante la herramienta Sunpath3d



Nota. La trayectoria anual del sol para la provincia de Jaén, específicamente para el 23 de octubre. Elaborado mediante Sunpath3d.

Figura 31

Trayectoria solar para la provincia de Jaén



Nota. El análisis de posición aparente del sol determina las siguientes trayectorias las cuales están delimitadas desde el solsticio de invierno en julio hasta el solsticio de verano en diciembre, el recorrido de un extremo a otra forma el analema, el cual se puede apreciar al ser observado cada día a la misma hora todos los días del año. La **figura 54** muestra como el la posición del sol los fotografiado los 12 meses del año la misma hora y mismo lugar, cabe recalcar que la imagen es referencial ya desarrollada en Italia, pero sirve para referencia para mostrar el movimiento del sol durante el año **Figura 29**.

3.3 Análisis de la irradiancia

3.3.1 Irradiancia en el plano horizontal (Modelo de Ineichen-Perez)

Tabla 16

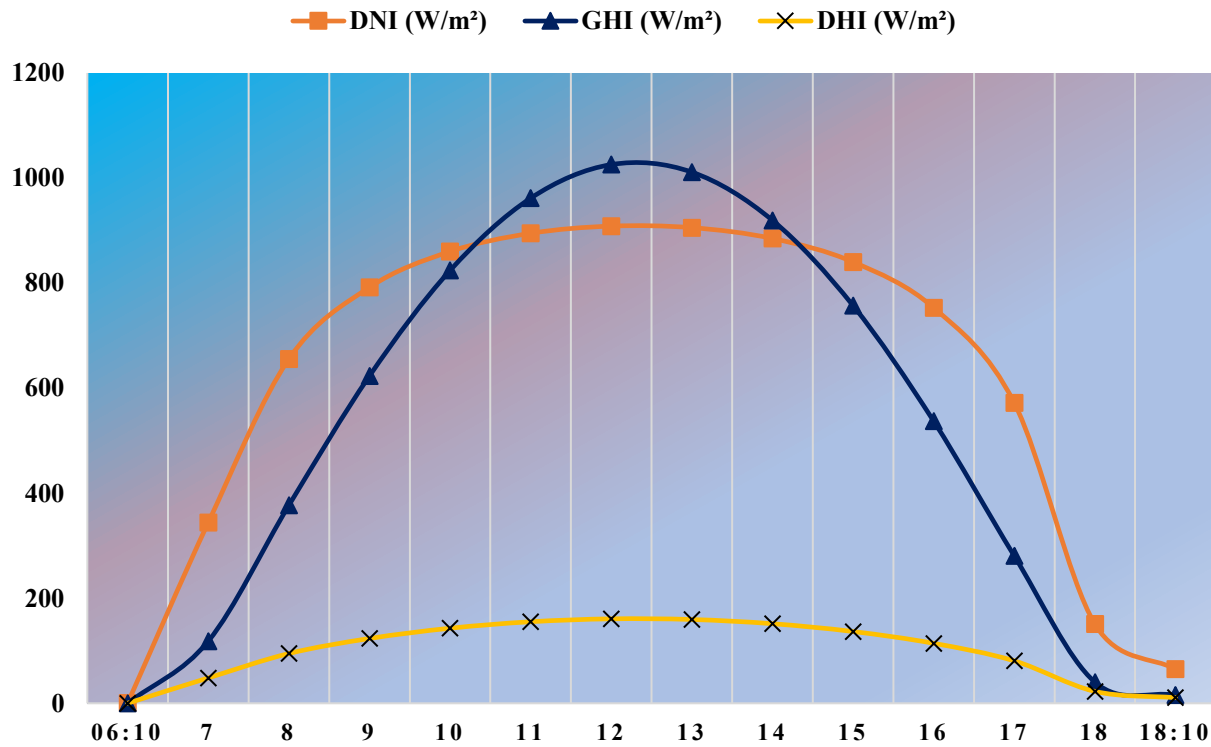
Irradiancia en el plano horizontal

Fecha	Altitud solar (°)	Azimut solar (°)	DNI (W/m ²)	GHI (W/m ²)	DHI (W/m ²)
2025-01-01 06:10	0.6	113.06	0.49	0.09	0.09
2025-01-01 07:00	11.73	112.31	344.13	118.25	48.27
2025-01-01 08:00	25.49	112.74	655.5	376.84	94.73
2025-01-01 09:00	39.14	115.07	791.92	623.22	123.37
2025-01-01 10:00	52.36	120.79	860.11	823.96	142.89
2025-01-01 11:00	64.32	134.11	894.74	961.63	155.23
2025-01-01 12:00	72.17	165.57	908.47	1025.63	160.77
2025-01-01 13:00	70.15	208.82	905.49	1011.2	159.53
2025-01-01 14:00	60.2	232.18	884.92	919.4	151.51
2025-01-01 15:00	47.6	241.9	840.17	757.1	136.62
2025-01-01 16:00	34.17	246.1	753.09	537.17	114.16
2025-01-01 17:00	20.45	247.64	571.92	280.59	80.74
2025-01-01 18:00	6.73	247.52	150.8	40.32	22.66
2025-01-01 18:10	4.48	247.36	64.9	15.72	10.66

Nota. Irradiancia para el 1 de enero del 2025.

Figura 32

Componentes horizontales de la irradiancia



La estimación de las componentes de la irradiancia mediante el *Descripción del modelo matemático de Ineichen y Perez*, permitió caracterizar la radiación solar en el plano horizontal para Jaén. En la **Tabla 16** y **Figura 32** se observó que la irradiancia directa normal (DNI) se mantuvo constante durante la mayor parte del día, alcanzando un valor máximo de 908.47 W/m² al mediodía. La componente difusa (DHI) registró valores bajos y relativamente estables, con un máximo de 160.77 W/m². La irradiancia global horizontal (GHI) presentó un pico de 1025.63 W/m² en las horas de máxima altitud solar, la cual fue de 72.17° a las 12:00 horas.

3.3.2 Irradiancia en el plano inclinado (Modelo de trasposición de Pérez)

Tabla 17

Irradiancia en el plano Inclinado

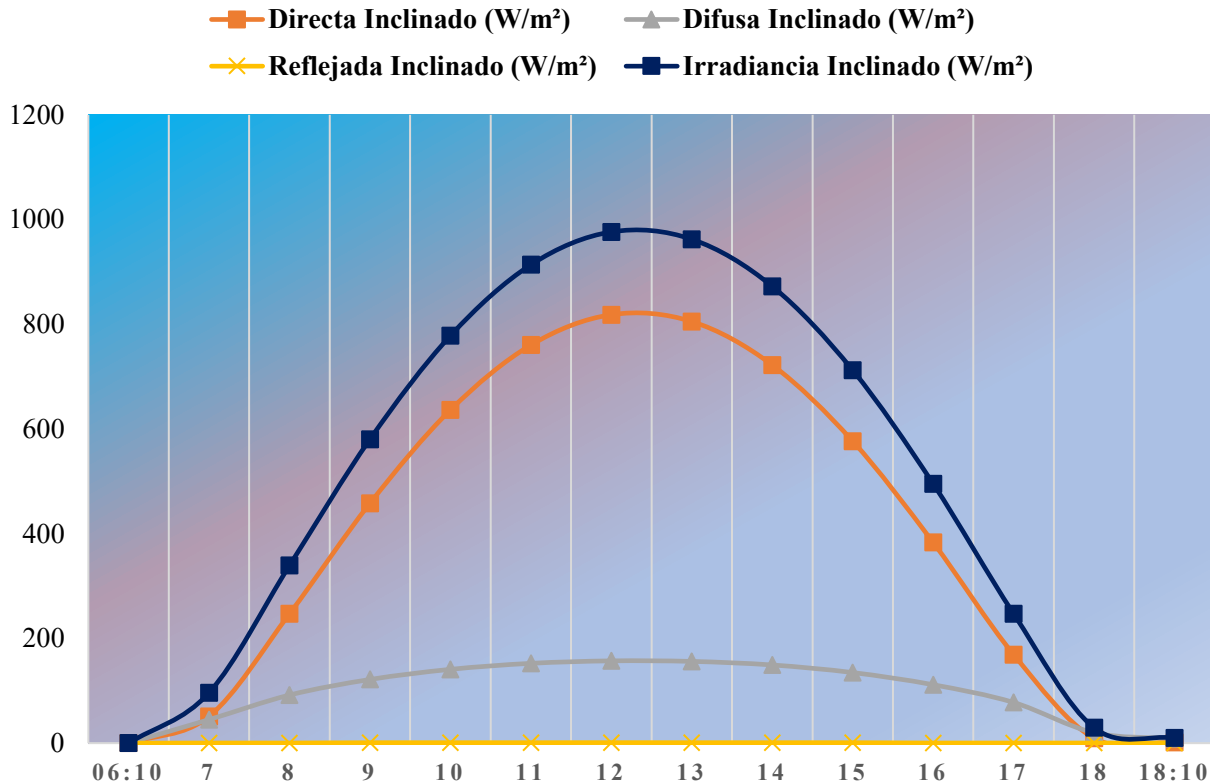
Fecha	Altitud solar (°)	Azimut solar (°)	Directa Inclinado (W/m ²)	Difusa Inclinado (W/m ²)	Reflejada Inclinado (W/m ²)	Irradiancia Inclinado (W/m ²)
25-01-01 06:10	0.6	113.06	0	0.06	0	0.06
25-01-01 07:00	11.73	112.31	51.26	44.95	0.12	96.33
25-01-01 08:00	25.49	112.74	247.07	91.87	0.38	339.31
25-01-01 09:00	39.14	115.07	458.19	121.63	0.62	580.44
25-01-01 10:00	52.36	120.79	636.39	140.96	0.82	778.17
25-01-01 11:00	64.32	134.11	760.33	152.41	0.96	913.7
25-01-01 12:00	72.17	165.57	818.28	157.14	1.02	976.45
25-01-01 13:00	70.15	208.82	805.21	156.12	1.01	962.34
25-01-01 14:00	60.2	232.18	722.23	149.3	0.92	872.45
25-01-01 15:00	47.6	241.9	576.69	134.81	0.76	712.25
25-01-01 16:00	34.17	246.1	383.21	111.58	0.54	495.33
25-01-01 17:00	20.45	247.64	169.14	77.69	0.28	247.11
25-01-01 18:00	6.73	247.52	9.42	19.98	0.04	29.44
25-01-01 18:10	4.48	247.36	1.5	8.56	0.02	10.08

Nota. Calculado mediante el *Descripción del modelo matemático de trasposición de Perez*.

Datos para el 1 de enero de 2025 fragmento resumido del (Anexo 9).

Figura 33

Irradiancia para el plano inclinado



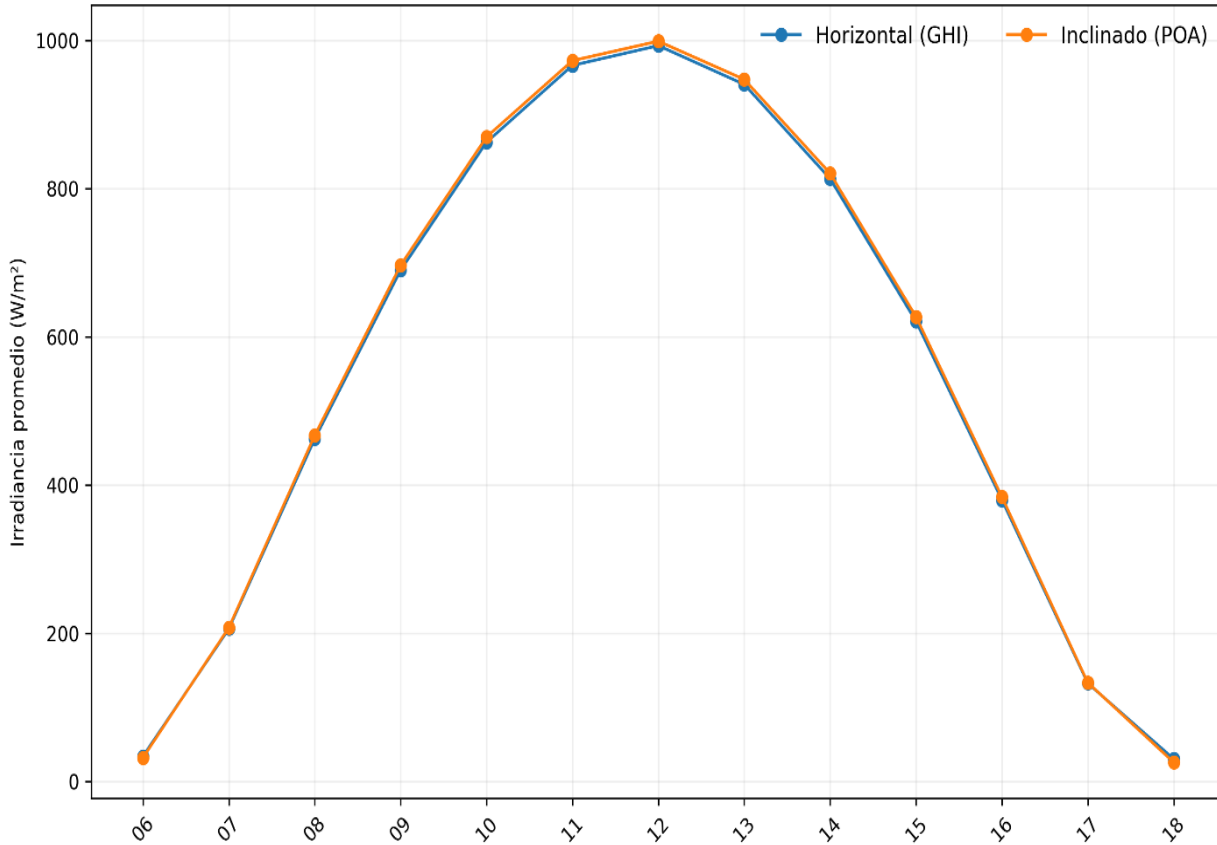
Mediante el *Descripción del modelo matemático de trasposición de Perez*. (Ineichen & Perez, 2002) se obtiene las componentes del plano inclinado. El análisis de la irradiancia total mostró un comportamiento en forma de campana, con valores mínimos de 0.06 W/m^2 al amanecer y 10.08 W/m^2 al atardecer, alcanzando un máximo de 976.45 W/m^2 alrededor del mediodía. La componente directa registró valores predominantes, con 818 W/m^2 a las 12:00 horas. La componente difusa se mantuvo estable entre 90 y 160 W/m^2 , mientras que la componente reflejada registró valores menores a 1 W/m^2 .

3.4 Energía aprovechable

3.4.1 Irradiancia W/m^2

Figura 34

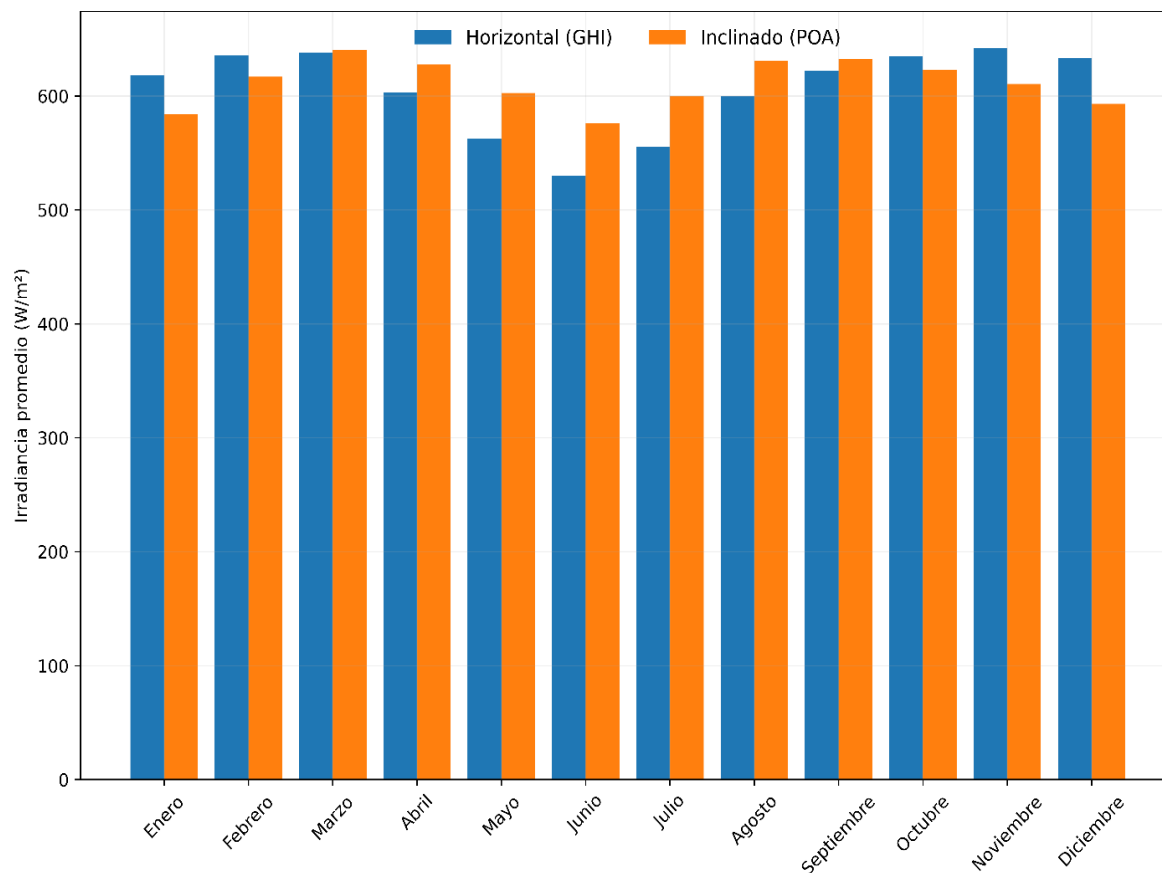
Irradiancia promedio horaria anual- Horizontal 0° e Inclinado $6^\circ N$



La irradiancia anual en Jaén (**Figura 34**) presentó sus valores máximos alrededor del mediodía, alcanzando potencias próximas a los $1000 W/m^2$. Se registró la variación instantánea del GHI y del POA a lo largo del día, observándose valores superiores en el plano inclinado respecto al plano horizontal.

Figura 35

Irradiancia promedio mensual - Horizontal 0° e Inclinado 6° N



La irradiancia promedio en Jaén (**Figura 35**) se presentó de manera mensual, mostrando que el plano inclinado (POA) registró valores superiores al plano horizontal (GHI) en la mayor parte del año. Durante los meses de verano, de diciembre a marzo, se alcanzaron los valores más altos, con promedios cercanos a 650 W/m², mientras que en los meses de invierno, particularmente junio y julio, se registraron los niveles más bajos, en torno a 530 W/m² para el GHI. El **Anexo 2** presentó la gráfica correspondiente a la irradiancia promedio mensual.

3.4.2 Irradiación kWh/m²

Tabla 18

Trasposición del GHI (0°) a POA (6° N)

Mes	GHI (kWh/m ²)	POA (kWh/m ²)	Ganancia POA vs GHI (%)
Enero	233.4	220.5	-5.53
Febrero	213.1	206.7	-3
Marzo	230.3	231.2	0.39
Abril	208.5	216.9	4.03
Mayo	199.2	213.5	7.18
Junio	182.9	199	8.8
Julio	196.9	212.7	8.02
Agosto	212.5	223.5	5.18
Septiembre	219	222.5	1.6
Octubre	232.9	228.4	-1.93
Noviembre	225.3	214.4	-4.84
Diciembre	230.9	216.4	-6.28
ANUAL	2584.9	2605.7	0.8

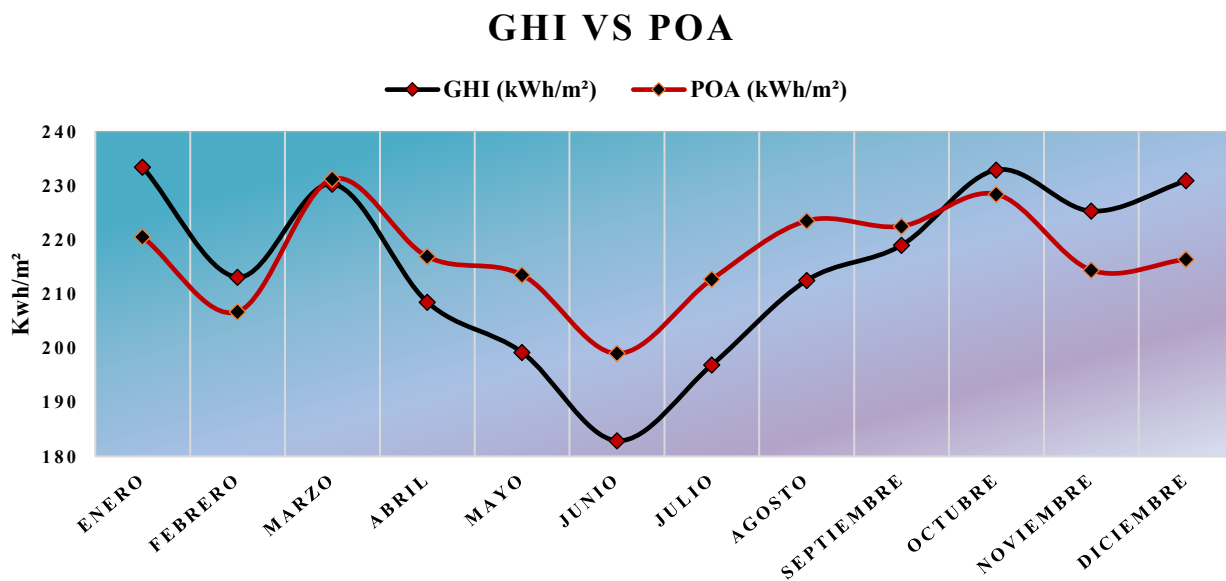
Nota. La Tabla 18 detalla la ganancia energética del plano inclinado frente al plano horizontal. Aunque se observa que en ciertos meses el plano horizontal capta más energía, el balance anual confirma una ganancia neta superior para el plano inclinado.

El POA mensual se estimó aplicando la **Ecuación 27** para obtener la irradiancia instantánea y posteriormente se integró temporalmente para obtener los acumulados mensuales.

$$POA_{Mensual} = \frac{1}{1000} \times \int_{t_0}^{t_1} POA_{inst} \times \Delta t \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (54)$$

Figura 36

GHI vs POA traspuesto Anual



El análisis mensual entre el GHI y el POA (**Tabla 18**) mostró que durante los meses de verano (diciembre–febrero) la irradiancia en el plano inclinado (POA) fue inferior a la global horizontal (GHI), con pérdidas de hasta –6.3 %. En los meses de invierno, el POA superó al GHI, alcanzando incrementos de hasta 8.8 % en junio. A nivel anual, el POA acumulado ascendió a 2605.7 kWh/m² frente a 2584.9 kWh/m² del GHI, lo que representó una ganancia global de 0.8 % equivalente a 20.8 Kwh/ m². Esto demuestra que la inclinación es efectiva, ya que las ganancias durante la mayor parte del año compensan las pérdidas relativas.

3.4.3 Validación del modelo con datos satelitales de NASA Power

La estimación de la irradiancia e irradiación para la zona de estudio se realizó mediante la aplicación de los modelos de Ineichen y Perez (Ineichen & Perez, 2002). Estos modelos calculan teóricamente la radiación solar disponible basándose en las coordenadas geográficas de un lugar en específico. Para llevar a cabo la validación de los resultados del modelo, se realizó una comparación con los datos históricos de los últimos cinco años de la base de datos de NASA Power, la cual sirve como fuente de referencia.

Tabla 19

GHI Promedio diaria: modelo matemático vs. datos satelitales de NASA Power

<i>Mes</i>	<i>GHI (Ineichen y Perez) (kWh/m²)</i>	<i>GHI (Nasa Power) (kWh/m²)</i>
Enero	7.529	7.386
Febrero	7.611	7.318
Marzo	7.429	7.175
Abril	6.950	6.783
Mayo	6.426	6.292
Junio	6.097	5.988
Julio	6.352	6.136
Agosto	6.855	6.464
Septiembre	7.300	6.824
Octubre	7.513	7.404
Noviembre	7.510	7.394
Diciembre	7.448	7.354

Figura 37

GHI horizontal promedio diario modelo matemático vs. NASA Power

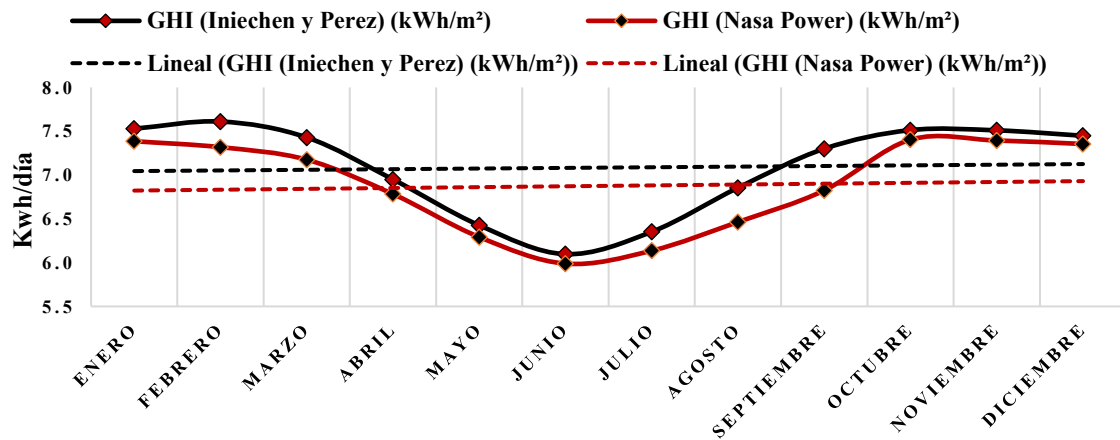


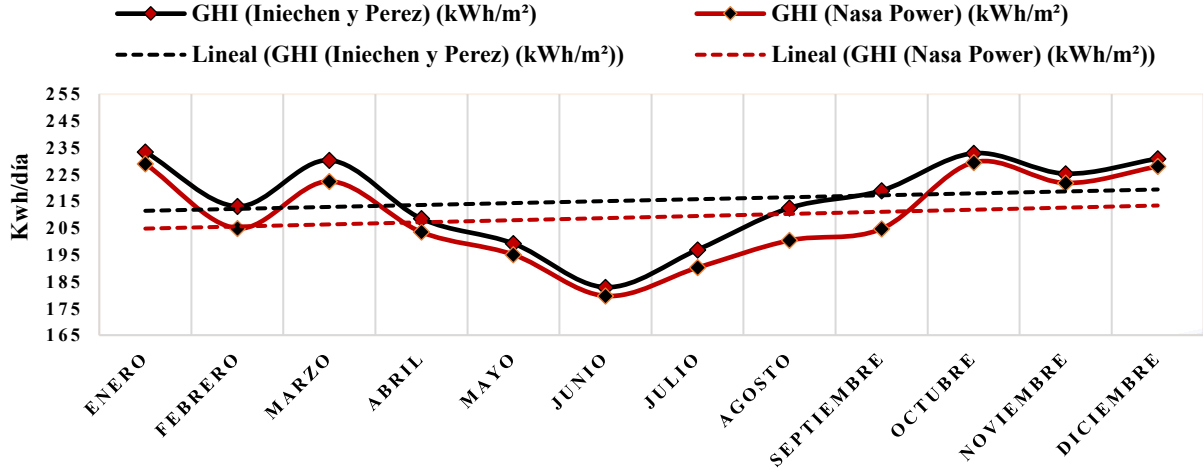
Tabla 20

GHI promedio mensual: modelo matemático vs. datos satelitales de NASA

<i>Mes</i>	<i>GHI (Iniechen y Perez) (kWh/m²)</i>	<i>GHI (NASA Power) (kWh/m²)</i>
Enero	233.4	228.965
Febrero	213.1	204.897
Marzo	230.3	222.435
Abril	208.5	203.481
Mayo	199.2	195.045
Junio	182.9	179.652
Julio	196.9	190.213
Agosto	212.5	200.382
Septiembre	219	204.733
Octubre	232.9	229.512
Noviembre	225.3	221.825
Diciembre	230.9	227.985

Figura 38

GHI horizontal promedio mensual modelo matemático vs. NASA Power



La irradiación obtenida por el modelo matemático de Iniechen se contrastó con los datos de NASA Power para el período 2020-2025, como se detalla en la **Tabla 19** y la **Tabla 20**. El análisis cuantitativo muestra que el modelo matemático sobrestima la irradiancia en un rango que varía del 2% al 7% mensualmente. Esta tendencia se confirma con el cálculo de un Error medio de sesgo (MBE) de +0.252 kWh/m².

En la **Figura 37** y **Figura 38** presentan una comparación gráfica de la irradiación promedio, donde se observa una alta similitud en la tendencia entre el modelo matemático (X) y los datos de NASA (Y). Esta correspondencia visual se confirma cuantitativamente mediante el coeficiente de correlación de Pearson (**Ecuación 52**), el cual mide la fuerza de la relación lineal entre dos conjuntos de datos. El cálculo arrojó un coeficiente de $r = 0.9752$, lo que indica una correlación lineal positiva casi perfecta y valida la capacidad del modelo.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \times \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (52)$$

Tabla 21*Irradiación ajustada mediante factor de atenuación*

<i>Mes</i>	<i>GHI Modelo Matemático (kWh/m²)</i>	<i>GHI Real (NASA Power)</i>
Enero	130.4	128
Febrero	111	106.7
Marzo	130.8	126.4
Abril	123.8	120.8
Mayo	122.2	119.7
Junio	118	116
Julio	124.7	120.5
Agosto	151	142.4
Septiembre	150.4	140.6
Octubre	155.1	152.9
Noviembre	132.2	130.2
Diciembre	133	131.3

El modelo matemático de Ineichen (Ineichen & Perez, 2002) calcula con precisión la irradiancia horizontal bajo condiciones de cielo despejado, como se demostró en la comparación con los datos de NASA Power. Sin embargo, para estimar la irradiancia real es necesario considerar el efecto de las condiciones atmosféricas. Para ello, se introduce un factor de atenuación, el cual se calcula a partir de la relación entre los datos reales (All-Sky) y los datos ideales (Clear-Sky) de la base de datos de NASA Power. Al aplicar este factor, cuyo valor promedio fue del 61.3% a los resultados del modelo, se obtienen valores de irradiancia ajustados (**Tabla 21**) que se aproximan de acuerdo a las condiciones climáticas de Jaén.

3.5 Ángulo óptimo de inclinación

3.5.1 Ángulos óptimos mensuales

Tabla 22

Ángulo óptimo mensual

<i>Mes</i>	<i>Declinación (°)</i>	<i>Ángulo Tradicional (°)</i>	<i>Ángulo optimizado (°)</i>	<i>Diferencia (°)</i>
<i>Enero</i>	-21.3	-15.6	-26	-10.4
<i>Febrero</i>	-13.3	-7.6	-13.5	-5.9
<i>Marzo</i>	-2.8	2.9	3	0.1
<i>Abril</i>	9.4	15.1	21	5.9
<i>Mayo</i>	18.8	24.5	34	9.5
<i>Junio</i>	23.3	29	39	10
<i>Julio</i>	21.5	27.2	37	9.8
<i>Agosto</i>	13.8	19.5	26.5	7
<i>Septiembre</i>	2.2	7.9	10	2.1
<i>Octubre</i>	-9.6	-3.9	-8	-4.1
<i>Noviembre</i>	-19.1	-13.4	-23	-9.6
<i>Diciembre</i>	-23.3	-17.6	-29.5	-11.9

Nota. El análisis de medio día muestra se realizó en base de la altitud máxima, en cambio el análisis diario se vectoriza cada trayectoria para determinar la normal máxima, el ángulo negativo significa que está orientado al sur y positivo al norte.

3.5.2 Ángulos óptimos estacionales

Tabla 23

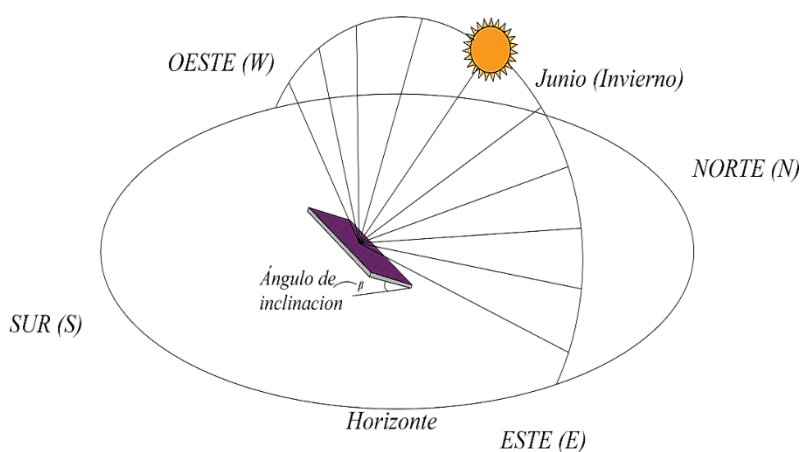
Ángulo óptimo para cada estación en Jaén

<i>Estación</i>	<i>Declinación Prom. (°)</i>	<i>Ángulo tradicional (°)</i>	<i>Ángulo optimizado (°)</i>	<i>Ángulo estático tradicional Anual (°)</i>
<i>Verano</i>	-15.3	-9.6	-17	5.7
<i>Otoño</i>	14.5	20.2	28	5.7
<i>Invierno</i>	14.6	20.3	28	5.7
<i>Primavera</i>	-15.3	-9.6	-17	5.7

Nota. Las representaciones graficas se encuentran en el (Anexo 10).

Figura 39

Inclinación del módulo para el mes de junio



El análisis de la trayectoria solar mensual evidencia que los mayores ángulos de inclinación se registran en los meses correspondientes a los solsticios (**Figura 39**). En particular, se observan valores de -26° en enero, $29,5^{\circ}$ en diciembre, 39° en junio y 37° en julio (**Tabla 23**).

3.5.3 Ángulo óptimo Anual

Tabla 24

Ángulo optimo anual

<i>Ángulo optimo anual</i>	<i>Ángulo tradicional ($^{\circ}$)</i>	<i>Ángulo optimizado ($^{\circ}$)</i>
<i>Valor</i>	5.7°	6.0°

Nota. La **Tabla 24** muestra el ángulo optimo anual en calculado mediante tres escenarios distintos; la representación gráfica en (**Anexo 11**).

El ángulo óptimo anual calculado para el mediodía (tradicional) se obtuvo con una inclinación de $5,7^{\circ}$ para el módulo. Mediante la vectorización de cada instante de la posición solar (optimizado) se determinó una inclinación de 6° .

3.6 Verificación experimental del ángulo óptimo de inclinación.

3.6.1 Puesta en marcha del sistema de medición

Rango de medición experimental

Para maximizar la precisión durante la fase experimental, se optimizaron los ángulos de inclinación específicamente para el período de medición (quincena de octubre), en lugar

de emplear los ángulos promedios anuales. Este enfoque asegura una mayor precisión al alinear los paneles con la trayectoria solar del periodo de pruebas. Como resultado se determinó un ángulo de 1° hacia el Norte para el método tradicional y de 3.5° hacia el Sur para el método optimizado, los cuales se utilizaron en cada sistema de medición (**Figura 40**).

Figura 40

Inclinación de los módulos fotovoltaicos



Figura 41

Sistema montado y midiendo en la azotea del módulo de IME



Nota. Sistema fotovoltaico implementado en la azotea del edificio IME de la universidad nacional de Jaén. El sistema de medición operando de 6 a las 18 horas de manera autónoma alimentado por una fuente de 220 V AC a 12 V DC.

3.6.2 Parámetros eléctricos medidos

A continuación se presenta los parámetros eléctricos medidos de ambos sistemas.

Tabla 25

Parámetros eléctricos del sistema A (3.5° al Sur)

<i>Hora</i>	<i>V_A[V]</i>	<i>I_A[A]</i>	<i>P_A[W]</i>
06:00:00 a. m.	8.838	0.372	1.238
07:00:00 a. m.	11.105	0.418	4.705
08:00:00 a. m.	16.659	0.451	7.395
09:00:00 a. m.	19.227	0.425	8.157
10:00:00 a. m.	19.171	0.425	8.138
11:00:00 a. m.	19.119	0.426	8.142
12:00:00 p. m.	19.039	0.428	8.124
01:00:00 p. m.	18.953	0.417	7.913
02:00:00 p. m.	18.919	0.418	7.916
03:00:00 p. m.	17.885	0.410	7.384
04:00:00 p. m.	14.044	0.369	5.348
05:00:00 p. m.	8.944	0.145	1.374

Nota. Sistema A, el cual fue orientado a 3.5° al sur según el método optimizado.

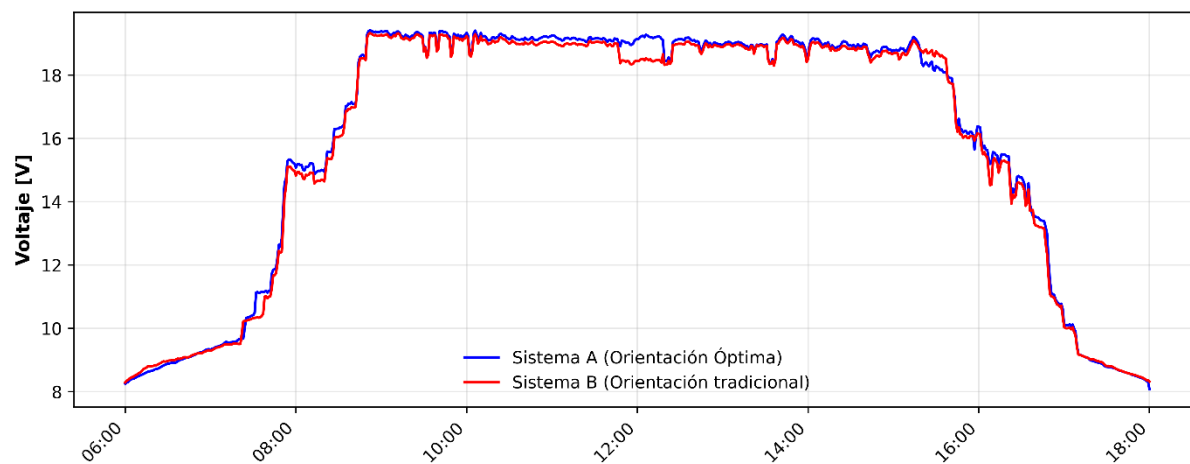
Tabla 26*Parámetros eléctricos del sistema B (1° al Norte)*

<i>Hora</i>	<i>V_B[V]</i>	<i>I_B[A]</i>	<i>P_B[W]</i>
06:00:00 a. m.	8.906	0.129	1.192
07:00:00 a. m.	10.920	0.413	4.589
08:00:00 a. m.	16.464	0.447	7.233
09:00:00 a. m.	19.147	0.422	8.084
10:00:00 a. m.	19.039	0.424	8.064
11:00:00 a. m.	18.872	0.427	8.041
12:00:00 p. m.	18.741	0.433	8.037
01:00:00 p. m.	18.884	0.415	7.846
02:00:00 p. m.	18.809	0.414	7.803
03:00:00 p. m.	17.927	0.407	7.360
04:00:00 p. m.	13.816	0.364	5.182
05:00:00 p. m.	8.949	0.140	1.317

Nota. Sistema B, el cual fue orientado a 1° al Norte según el método tradicional.

Figura 42

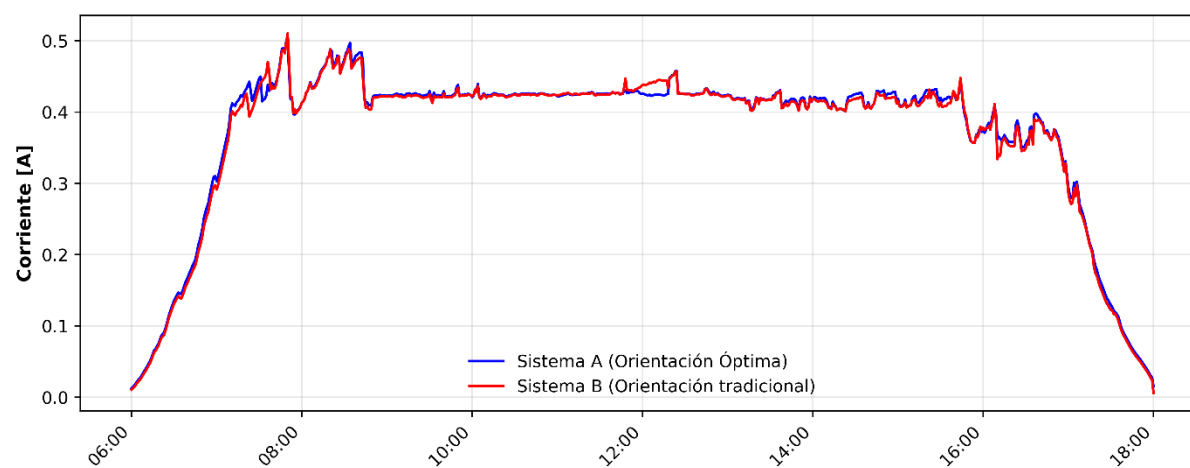
Voltaje promedio bimensual



Nota. En la medición en situ, se observa que el módulo a partir de las 9 a 16 horas alcanza su pico de voltaje nominal el cual es de 18 V según sus especificaciones técnicas.

Figura 43

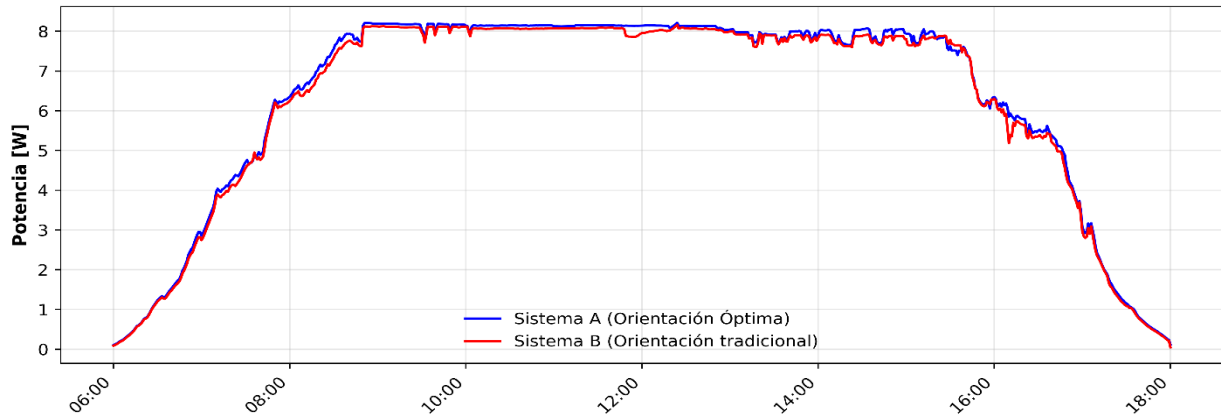
Corriente promedio bimensual



Nota. La curva de corriente va a la par de la carga aplicada (12 W) con algunos picos de subida y bajada por la variación de la temperatura.

Figura 44

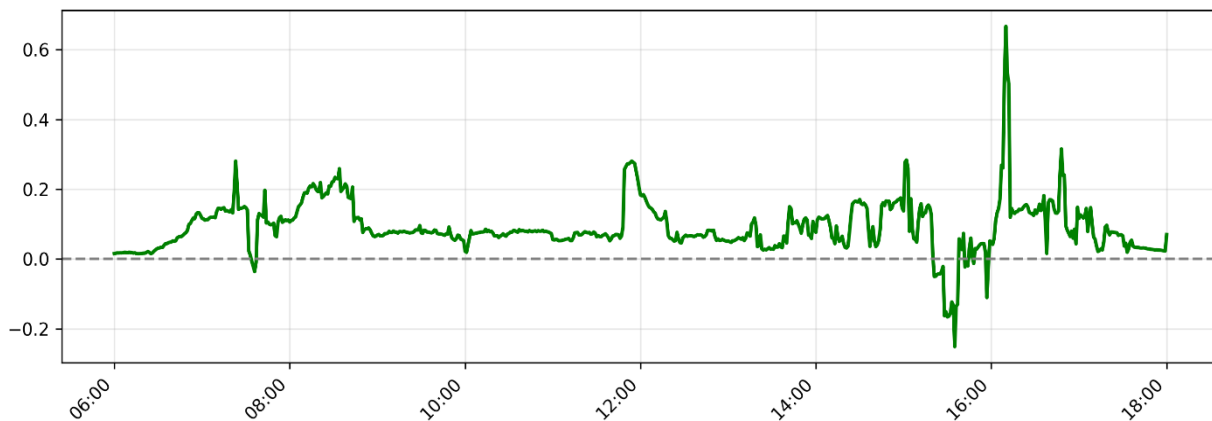
Promedio de la potencia bimensual



Nota. Se observa un aplanamiento en la curva de potencia al alcanzar los 8 W. Este valor representa la potencia máxima que el sistema puede entregar en condiciones reales. Aunque la carga conectada tiene una capacidad nominal de 12 W, las pérdidas inherentes al sistema (en cableado, conexiones, etc.) impiden que se alcance dicho valor esperado.

Figura 45

Diferencia de potencia promedio entre sistemas (Óptimo – Tradicional)



Nota. La diferencia observada en la potencia entre el sistema A y el sistema B evidencia una predominante ganancia de potencia en el sistema A (Optimizado), lo que se traduce en una mejor producción de energía.

3.6.3 Producción de energía

Tabla 27

Energía captada por día

Fecha	Energía A[Wh]	Energía B[Wh]	Ganancia %
01/10/2025	52.14	50.97	2.30%
02/10/2025	66.03	64.39	2.55%
03/10/2025	79.1	78.13	1.24%
04/10/2025	79.56	79.48	0.10%
05/10/2025	65.7	64.46	1.92%
06/10/2025	62.04	61.44	0.98%
07/10/2025	66.93	66.18	1.13%
08/10/2025	84.55	83.46	1.31%
09/10/2025	73.9	70.98	4.11%
10/10/2025	70.31	69.64	0.96%
11/10/2025	78.3	76.47	2.39%
12/10/2025	73.03	71.74	1.80%
13/10/2025	52.02	52.03	-0.02%
14/10/2025	81.85	81.85	0.00%
15/10/2025	79.39	78.5	1.13%

Tabla 28

Ganancia total de energía

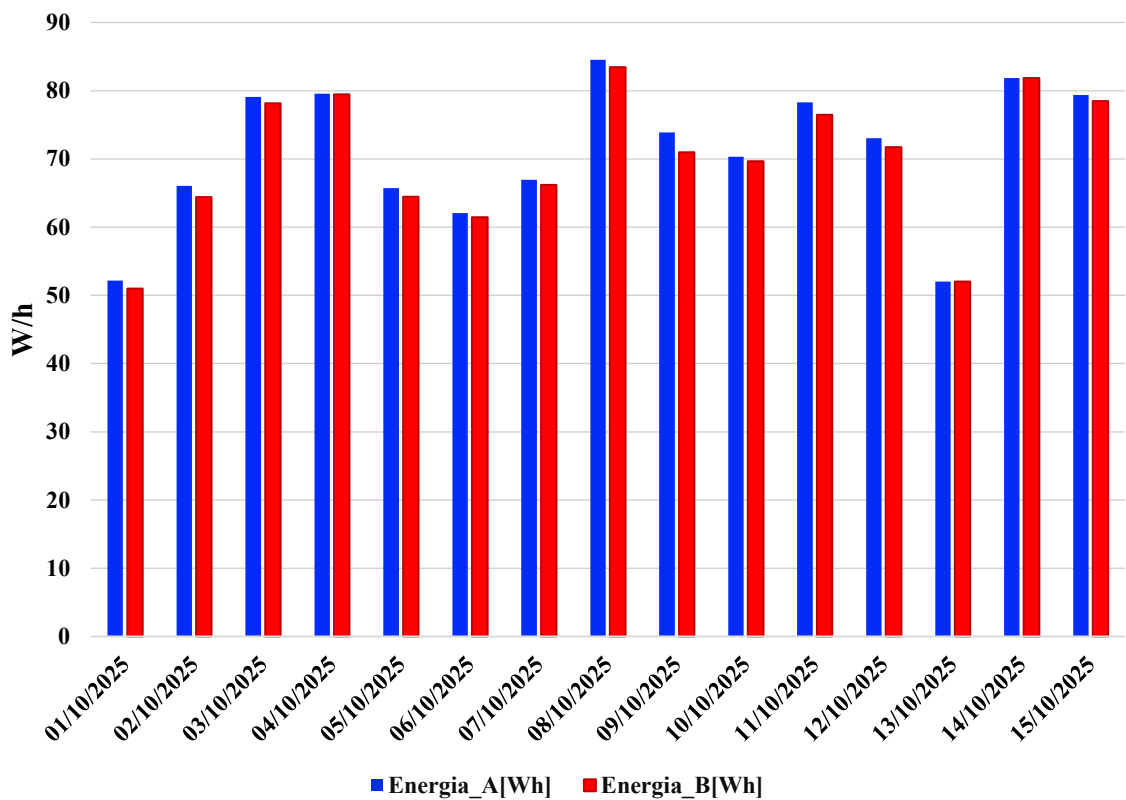


Figura 46

Energía captada diaria.

<i>Métrica</i>	<i>Sistema A optimizado (3.5° - Sur)</i>	<i>Sistema B tradicional (1° - Norte)</i>
Energía Total [Wh]	1064.85	1049.72
Potencia Máx. Absoluta [W]	10.61	10.02
Potencia Promedio [W]	6.376	6.229

Para la fase experimental, se obtuvo un ángulo de 1° para el sistema B el cual fue orientado al norte para maximizar la captación al mediodía solar de forma tradicional, y un ángulo de 3.5° al sur para el sistema A el cual optimiza la captación energética a lo largo de todo el día. Los resultados de la **Tabla 27** y **Tabla 28** muestran que el sistema A registró una producción de energía de 1064.85 Wh, mientras que el Sistema B produjo 1049.72 Wh. La ganancia en la producción de energía fue de 15.13 Wh del sistema A con respecto al sistema B lo que corresponde al 1.441 % para el sistema orientado al sur a 3.5° .

Simulación de la potencia

Características del módulo

Área

$$\text{Área} = \text{Base} \times \text{Altura} \quad (55)$$

$$\text{Área} = 0.665 \times 0.625 = \mathbf{0.416 \, m^2}$$

Eficiencia

$$\text{Eficiencia} = \frac{P_{\max}}{\text{Área} \times 1000 \, W/m^2} \quad (56)$$

$$\text{Eficiencia} = \frac{53}{0.416 \times 1000 \, W/m^2} = \mathbf{12.75\%}$$

Carga

$$\text{Carga de trabajo} = \frac{P_{\text{trabajo}}}{P_{\max}} \quad (57)$$

$$\text{Carga de trabajo} = \frac{12 \, W}{53 \, W} = \mathbf{22.6\%}$$

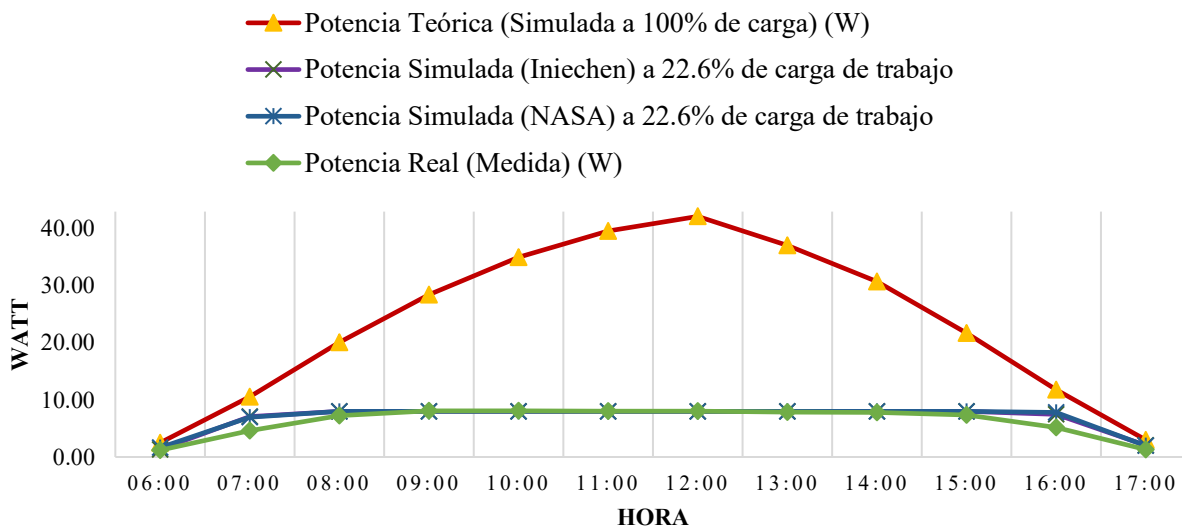
Tabla 29*Potencia simulada vs potencia medida (1°)*

<i>Hora</i>	<i>T °C ambiente</i>	<i>Irradiancia NASA (W/m²)</i>	<i>Potencia Teórica (Simulada) (W)</i>	<i>Potencia Teórica (Simulada) a 22.6% de carga de trabajo</i>	<i>Potencia Real (Medida) (W)</i>
06:00	18.72	39.89	2.49	1.645	1.192
07:00	20.85	168.87	10.55	6.963	4.589
08:00	23.47	321.74	20.10	8.000	7.233
09:00	25.88	455.52	28.46	8.000	8.084
10:00	27.59	560.12	34.99	8.000	8.064
11:00	28.82	633.68	39.59	8.000	8.041
12:00	29.68	674.86	42.16	8.000	8.037
13:00	30.08	593.81	37.10	8.000	7.846
14:00	29.93	492.29	30.76	8.000	7.803
15:00	29.34	347.79	21.73	8.000	7.36
16:00	28.29	189.14	11.82	7.799	5.182
17:00	26.79	47.49	2.97	1.958	1.317

Nota. La Potencia Teórica calcula la capacidad máxima de generación del panel (100% de utilización) bajo las condiciones de irradiancia dadas. En cambio, la potencia simulada ajusta este cálculo al escenario real, donde el sistema está limitado por la carga de 12 W. Esto representa un factor de utilización de solo el 22.6%, mostrando la potencia que el panel realmente entregaría bajo esa restricción.

Figura 48

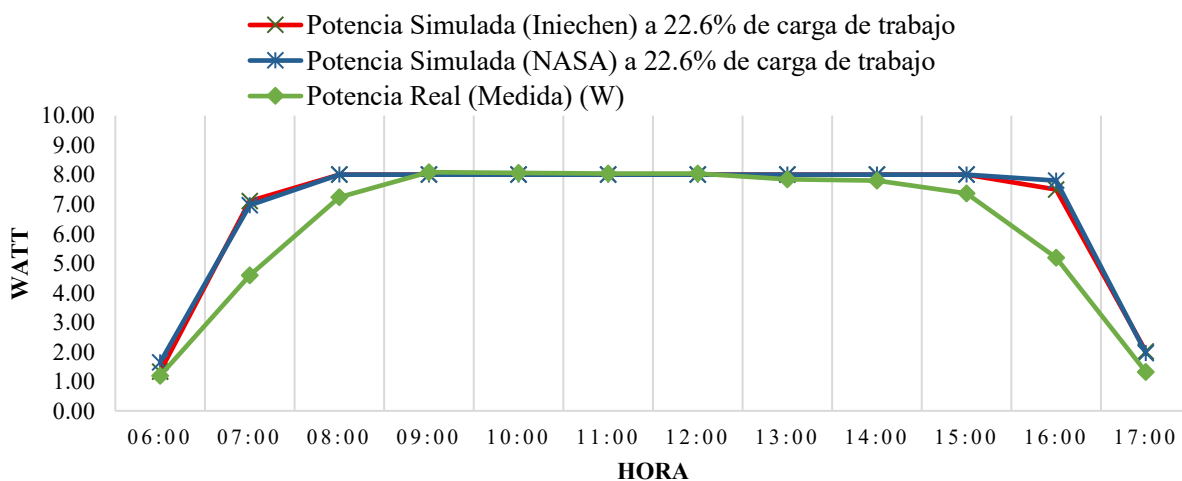
Potencia teórica, simulada y medida (1°)



Nota. El gráfico compara tres curvas de potencia, la potencia teórica, que representa el rendimiento del panel al 100% de su capacidad; la potencia simulada, que ajusta la teoría al límite del 22.6% impuesto por la carga; y la potencia medida, que son los datos reales de campo obtenidos con esa misma carga.

Figura 47

Potencia Simulada vs medida (1°)



La validación mediante las mediciones en campo comparamos los datos para el sistema B orientado a 1° al norte lo que se obtiene una potencia promedio de 6.229 W, para el sistema en el plano horizontal (0°) se obtuvo 6.834 W y para NASA Power 8.86 W (**Tabla 30**)

Tabla 30

Potencia promedio del sistema - NASA Power - medición en situ

<i>Potencia medida en situ</i>	<i>Potencia simulada (Ineichen)</i>	<i>Potencia simulada (Nasa Power)</i>
6.229	6.834	6.86

Asimismo por el factor tiempo las mediciones solo se centraron en un rango de tiempo corto, pero se puede simular teóricamente con la captación de energía anual. Para ambos ángulos, el tradicional (5.7°) y el optimizado (6°), ambos sistemas tienen las mismas características excepto el ángulo de inclinación.

Figura 49

Ganancia de energía mensual a 5.7° y 6°

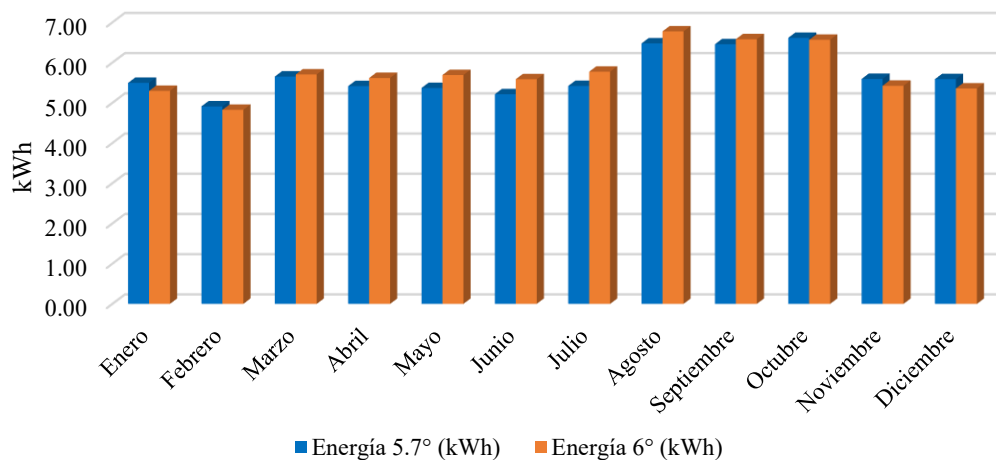


Tabla 31*ganancia de energía mensual y anual para 5.7° y 6°*

<i>Mes</i>	<i>Energía 5.7° (kWh)</i>	<i>Energía 6° (kWh)</i>
Enero	5.50	5.30
Febrero	4.91	4.83
Marzo	5.65	5.71
Abril	5.42	5.62
Mayo	5.37	5.69
Junio	5.21	5.59
Julio	5.42	5.77
Agosto	6.48	6.78
Septiembre	6.46	6.58
Octubre	6.62	6.57
Noviembre	5.59	5.42
Diciembre	5.59	5.36
Energía anual	68.21	69.20

El ángulo optimizado demuestra su superioridad al generar una ganancia energética anual de 0.99 kWh, lo que representa un incremento del 1.45% en la captación de energía en comparación con el método tradicional (**Tabla 31**).

Para evaluar la energía acumulada de la optimización, se realizó una simulación proyectada a 10 años. Este análisis a largo plazo es crucial para validar si la pequeña ganancia anual se

traduce en un beneficio significativo durante la vida útil de un panel solar. Los resultados, que comparan la captación energética de ambos métodos, se detallan en la **Tabla 32** y se visualizan gráficamente en la **Figura 50**.

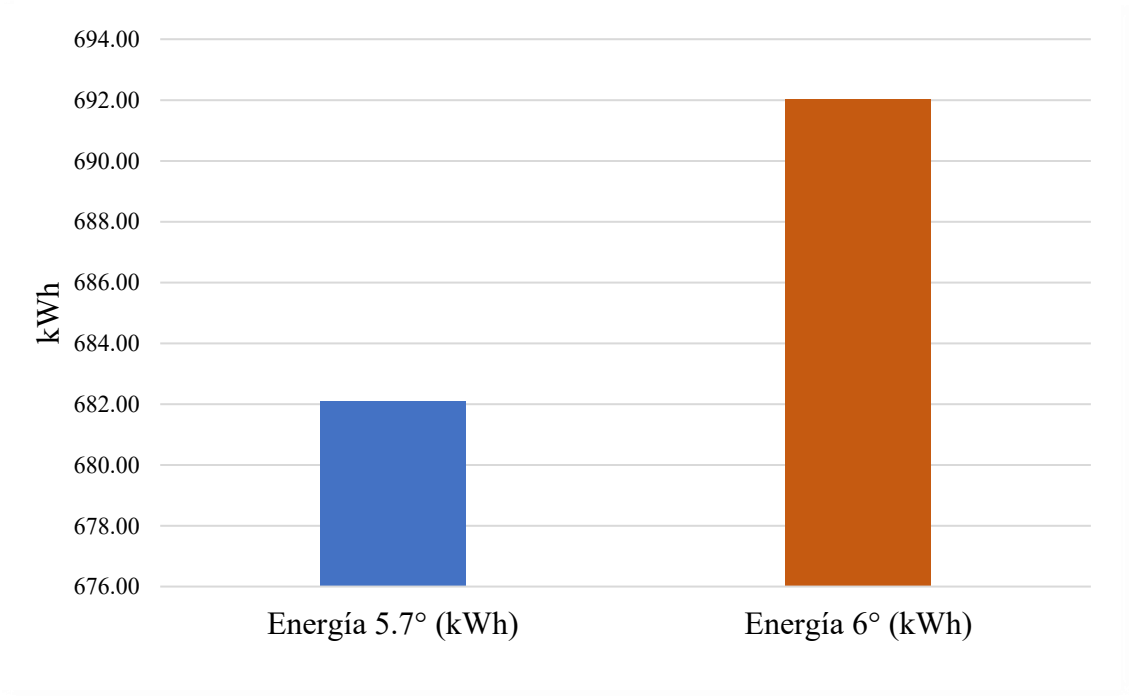
Tabla 32

Ganancia de energía con horizonte de 10 años (5.7° y 6°)

<i>Ganancia en 10 años analizados</i>		
<i>Energía 5.7° (kWh)</i>	<i>Energía 6° (kWh)</i>	<i>Ganancia</i>
682.11	692.02	9.91

Figura 50

Ganancia de energía en 10 años (5.7° y 6°)



DISCUSIÓN

El análisis de las de las horas de luz solar disponibles para Jaén se pudo determinar que existe una interferencia del horizonte con la captación solar, reduciendo en 3 días con 19 horas y 35 minutos de reducción anual de horas de luz solar, las horas perdidas son principalmente al atardecer alrededor de las 5:40 pm en adelante, lo que indica una pérdida mínima de energía aprovechable ,ya que a esa hora el voltaje de los sistemas decae a valores menores a 12 voltios, los necesarios para que un sistema aproveche la energía solar.

La investigación confirma la predictibilidad mediante Python y Pvlb logrando calcular la trayectoria solar en Jaén a lo largo de una década (2024-2033). Esta estabilidad se evidencia en la mínima desviación estándar de la altitud (0.1145°). Aunque la desviación del acimut parece elevada (8.96°), no se debe a una inestabilidad real, sino a un factor geométrico predecible durante el cruce del mediodía solar, lo cual se corrobora al reducirse la desviación a 0.4 al aislar este efecto.

El análisis estacional (**Anexo 4**) revela una de las ventajas fotovoltaicas más significativas de Jaén. Debido a su ubicación próxima al ecuador, la duración del día se mantiene casi uniforme, promediando 11.83 horas (**Tabla 8**). Incluso la ligera disminución por debajo de las 12 horas observada en invierno es mínima en comparación con las variaciones de latitudes más altas. La implicación directa de esta regularidad es una producción de energía constante durante todo el año.

El ángulo óptimo mensual (**Tabla 22**) y estacional (**Tabla 23**) se determinó mediante dos métodos el primero, basado en el día promedio de cada mes y la altitud máxima del sol (tradicional) y el segundo, que consideró toda la trayectoria solar diaria a través de la vectorización de coordenadas esféricas (altitud y acimut) hacia cartesianas, permitiendo obtener el vector unitario de la posición solar y a partir de la normal del plano (módulo fotovoltaico) calcular el ángulo

óptimo. El ángulo óptimo anual (**Tabla 24**) estimó en $5,7^{\circ}$ para el método tradicional y 6° al considerar todo el día, Para validar el modelo matemático se compara con los datos de los de NASA Power (clear sky) de los últimos cinco años, modelo matemático de Ineichen y Perez se estimó una irradiancia diaria de 7.08 kWh/m^2 , en cambio para los datos de NASA Power se estimó un irradiación de 6.87 kWh/m^2 , la tendencia entre ambas bases de datos muestra un coeficiente de correlación de Pearson de $r=0.9752$ muy cercana a +1 lo que significa una correlación casi perfecta, lo que valida el modelo matemático. En condiciones reales (All-Sky), NASA Power reporta una irradiación promedio diaria de 4.207 kWh/m^2 . Al aplicar un factor de atenuación del 61.3% al modelo matemático calculado a partir de la relación entre datos ideales y reales de la propia NASA, se obtiene un valor ajustado de 4.337 kWh/m^2 . Pariacurí (2024) en su investigación mediante el modelo matemático de Bristow-Campbell encuentra una radiación de 4.3 kWh/m^2 al día, valor muy similar al encontrado mediante el modelo de Ineichen y Perez. Con el modelo ya validado, se procedió a simular la ganancia energética de la diferencia angular en un panel de 53 W. Esta simulación reveló que el ángulo optimizado de 6° genera una ganancia anual de 0.99 kWh y proyectada a una década, esta ventaja se acumula hasta alcanzar los 9.91 kWh lo que equivale a aproximadamente 2 meses de generación de energía de un módulo.

Dado que la medición experimental se centró en verificar dos metodologías de optimización para un período específico (quincena de octubre) con ángulos estimados para ese periodo y no se utilizaron los anuales de 5.7° y 6° , debido a que hay periodos del año en que un ángulo es mejor que el otro; se utilizó dos sistemas fotovoltaicos similares donde el único factor que varió fue el ángulo de inclinación. El método tradicional se basa en optimizar el ángulo para las horas de máxima irradiancia que por lo general son el medio día, resultando en una inclinación 1° orientado al Norte. En contraste, el método dos se diseñó para vectorizar las trayectorias solares

a lo largo de todo el rango de medición tomando en cuenta todas las horas de luz solar aprovechables, buscando un óptimo que maximice la energía total, para el cual se calculó un ángulo de 3.5° al Sur. La orientación e inclinación divergentes en forma de “X” se explican por la trayectoria solar del período, que cruza de norte a sur, requiriendo que el método optimizado compense la baja altura solar en las primeras y últimas horas del día.

Los resultados experimentales mostraron que la optimización basada en la trayectoria solar completa permite una producción energética superior. El sistema propuesto (3.5° Sur) alcanzó una producción de 1064.85 Wh, mientras que el Sistema tradicional (1° Norte) registró 1049.72 Wh. Esta comparación evidencia una ganancia neta de 15.13 Wh a favor del sistema óptimo, lo que representa una mejora del 1.44 % en la captación total de energía para la primera quincena de octubre. En consecuencia, se confirma que, bajo las condiciones geográficas de Jaén durante este periodo, el método que considera todas las horas de luz solar y compensa la baja altura solar resulta más eficiente para maximizar la recolección de energía. Para validar aún más la fiabilidad de estas mediciones, se realizó una simulación de potencia utilizando la irradiancia del modelo matemático de Ineichen y Perez. Se demostró que a plena carga, el módulo podría generar un pico de 42.16 W (a las 12 p.m.) y un promedio diario de 23.56 W. Sin embargo, al limitar la simulación a la carga real del sistema a 12 W (22.6% de carga), se obtuvo una potencia promedio estimada del sistema de 6.86 W y para los datos de Nasa 8.83 W.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

- Se determinó que el ángulo de inclinación óptimo para paneles fotovoltaicos estáticos en Jaén es de 6° al Norte. Este ángulo, superior al tradicional (5.7° Norte), resultando en una ganancia energética anual simulada del 1.45% y una ventaja anual de 0.99 kWh con el sistema medido.
- Se identificó que Jaén cuenta con estabilidad en la duración del día (11.58 horas promedio), con pérdidas por interferencia del horizonte equivalentes a 3 días con 19 horas y 35 minutos acumulativas anuales.
- El modelo de irradiancia de Ineichen al ser validó la confiabilidad con datos de NASA Power, demostrando una alta correlación de Pearson ($r > 0.97$). Obteniendo una irradiancia de 4.34 kWh/m² y 4.21 kWh/m² respectivamente.
- El sistema de medición experimental se corroboró la superioridad del método optimizado, logrando una ganancia energética del 1.44%, equivalente a 15.13Wh, para el periodo de prueba. La precisión del sistema se validó al comparar la potencia promedio en campo (6.23 W) con la simulada por el modelo (6.86 W) y la referencia de NASA (6.83 W).
- En síntesis, se confirma la hipótesis planteada, el análisis de la trayectoria solar completa es un método superior, demostrando una ganancia energética del 1.45% (simulación) y 1.44% (validación experimental)

5.2 Recomendaciones

- Para latitudes cercanas al ecuador, focalizar el análisis de sombreado en la orientación Este-Oeste. Sin embargo, para regiones más distantes de la línea ecuatorial, es crucial incluir el análisis del sombreado de Norte y Sur.
- Para lugares con alta interferencia del horizonte, se recomienda determinar un ángulo de inclinación secundario con orientación Este-Oeste que permitirá compensar las pérdidas de energía ocasionadas por el sombreado.
- Implementar un sistema de monitoreo de temperatura (ambiente y superficial) para corregir los datos eléctricos y obtener un análisis de rendimiento (PR) más preciso.
- Mejorar la capacidad de medición de los sensores del sistema experimental para permitir la medición a plena carga, facilitando la determinación del Punto de Máxima Potencia (P_{max}) en condiciones reales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Ali, S., Olabi, A. G., & Mahmoud, M. (2025). A review of solar photovoltaic technologies: developments, challenges, and future perspectives. *Energy Conversion and Management: X*, 27(May). <https://doi.org/10.1016/j.ecmx.2025.101057>
- Anderson, K. S., Hansen, C. W., Holmgren, W. F., Jensen, A. R., Mikofski, M. A., & Driesse, A. (2023). Pylab Python: 2023 Project Update. *Journal of Open Source Software*, 8(92), 5994. <https://doi.org/10.21105/joss.05994>
- Arslan, M., & Çunkaş, M. (2024). An experimental study on determination of optimal tilt and orientation angles in photovoltaic systems. *Journal of Engineering Research (Kuwait)*, July. <https://doi.org/10.1016/j.jer.2024.07.015>
- Awasthi, A., Shukla, A. K., Murali Manohar, S. R., Dondariya, C., Shukla, K. N., Porwal, D., & Richhariya, G. (2020). Review on sun tracking technology in solar PV system. *Energy Reports*, 6, 392–405. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2020.02.004>
- Bird, R. E., & Hulstrom, R. L. (1981). Simplified clear sky model for direct and diffuse insolation on horizontal surfaces. *Solar Energy Research Institute*. <https://doi.org/10.2172/6510849>
- Brownson, J. R. S. (2014). Chapter 03 - Laws of Light. In Elsevier (Ed.), *Solar Energy Conversion Systems* (pp. 41–66). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-397021-3.00003-X>
- Castejón, A., & Santamaría, G. (2010). *Instalaciones solares fotovoltaicas* (Editorial Editex (ed.); 1ª ed).

- Cegarra Sánchez, J. (2004). Metodología De La Investigacion Cientifica Y Tecnológica. In *Angewandte Chemie International Edition*, 6(11), 951–952. (Vol. 3, Issue 1).
- Çengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2011). *Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones* (McGraw-Hill (ed.); 4^a ed).
- Comité de Operación Económica del Sistema Interconectado Nacional. (2024). Producción de la electricidad del SEIN. In *COES SINAC*.
<https://www.coes.org.pe/Portal/publicaciones/estadisticas/estadistica?anio=2024>
- Driesse, A., Jensen, A. R., & Perez, R. (2024). A continuous form of the Perez diffuse sky model for forward and reverse transposition. *Solar Energy*, 267(September 2023), 112093.
<https://doi.org/10.1016/j.solener.2023.112093>
- Duffie, J. A., & Beckman, W. A. (2013). Solar engineering of thermal processes. In *Design Studies* (4ta ed). John Wiley & Sons. [https://doi.org/10.1016/0142-694x\(82\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0142-694x(82)90016-3)
- Graser, A., Sutton, T., & Bernasocchi, M. (2025). The QGIS project: Spatial without compromise. *Patterns*. <https://doi.org/10.1016/j.patter.2025.101265>
- Guarino, S., Buscemi, A., Chiaruzzi, C., & Lo Brano, V. (2025). Modelling and analysis of V-shaped bifacial PV systems for agrivoltaic applications: A Python-based approach for energy optimization. *Applied Energy*, 389(December 2024), 125785.
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2025.125785>
- Haroun, H., Issa, J. S., & Rahme, P. (2025). Machine learning-based prediction of optimal tilt angles for monofacial and bifacial PV systems. *Solar Energy*, 301(August), 113924.
<https://doi.org/10.1016/j.solener.2025.113924>

- Hernández Sampieri, R., Fernandez Collado, C., & Baptisa Lucio, P. (2006). *Metodología de la Investigación* (McGRAW-HILL (ed.); 6 edición).
- Ho, Y., & Hengl, T. (2025). *Global Ensemble Digital Terrain Modelo 30m (GEDTM30) [Data set]*. (v1.1). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14900181>
- Holmgren, W., Hansen, C., & Mikofski, M. (2018). Pvlb Python: a Python Package for Modeling Solar Energy Systems. *Journal of Open Source Software*, 3(29), 884. <https://doi.org/10.21105/joss.00884>
- Huang, W., & Liu, B. (2022). Solar Position Algorithm Based on the Kepler Equation. *Applied Sciences (Switzerland)*, 12(11). <https://doi.org/10.3390/app12115449>
- Ineichen, P., & Perez, R. (2002). A new airmass independent formulation for the linke turbidity coefficient. *Solar Energy*, 73(3), 151–157. [https://doi.org/10.1016/S0038-092X\(02\)00045-2](https://doi.org/10.1016/S0038-092X(02)00045-2)
- Kasten, F., & Young, A. T. (1989). Revised optical air mass tables and approximation formula. *Applied Optics*, 28(22), 4735–4738. <https://doi.org/10.1364/AO.28.004735>
- Kosmopoulos, P. (2024). Chapter 1 - Solar irradiance and exploitation of the Sun's power. In A. Press (Ed.), *Planning and Management of Solar Power from Space* (pp. 1–20). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823390-0.00006-5>
- La Fuente Ibáñez, C., & Marin Egoscóabal, A. (2008). Metodologías de la investigación en las ciencias sociales: Fases, fuentes y selección de técnicas. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, 5–18. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=20612981002>
- Lozano, V. (2022, December 5). Energías renovables: cambio necesario con visión de futuro para asegurar sostenibilidad. *El Peruano*. <https://www.elperuano.pe/noticia/198353->

- Mabasa, B., Lysko, M. D., Tazvinga, H., Zwane, N., & Moloi, S. J. (2021). The performance assessment of six global horizontal irradiance clear sky models in six climatological regions in South Africa. *Energies*, 14(9). <https://doi.org/10.3390/en14092583>
- Madhlopa, A. (2022). Chapter 2 - Solar radiation resource. In Academic Press (Ed.), *Solar Receivers for Thermal Power Generation* (Primera ed, pp. 47–59). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-85271-5.00007-0>
- Nahim, H. M., Ibrahim, T., Faraj, J., Ali, S., Khaled, M., & Darwiche, M. (2025). Optimizing solar panel tilt angles for enhanced energy Production: Case studies in Lebanon. *Case Studies in Thermal Engineering*, 73(July), 106720. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2025.106720>
- Naraghi, M. H., & Atefi, E. (2022). Optimum Solar Panel Orientation and Performance: A Climatic Data-Driven Metaheuristic Approach. *Energies*, 15(2). <https://doi.org/10.3390/en15020624>
- Osman, M., & Qureshi, I. (2025). Review of photovoltaic and concentrated solar technologies including their performance, reliability, efficiency and storage. *Results in Engineering*, 25(February). <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.104424>
- Pariacurí Recalde, B. (2024). *Estimación de la radiación solar en la ciudad de Jaén mediante el modelo matemático Bristow-Campbell* [Universidad nacional de Jaén]. <http://repositorio.unj.edu.pe/handle/UNJ/676>
- Perez, R., Ineichen, P., Moore, K., Kmiecik, M., Chain, C., George, R., & Vignola, F. (2002). A

- new operational model for satellite-derived irradiances: Description and validation. *Solar Energy*, 73(5), 307–317. [https://doi.org/10.1016/S0038-092X\(02\)00122-6](https://doi.org/10.1016/S0038-092X(02)00122-6)
- Perez, R., Ineichen, P., Seals, R., Michalsky, J., & Stewart, R. (1990). Modeling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance. *Solar Energy*, 44(5), 271–289. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(90\)90055-H](https://doi.org/10.1016/0038-092X(90)90055-H)
- Perpiñan, O. (2023). *Energía Solar Fotovoltaica*. <https://codeberg.org/oscarperpinan/esf>
- Plan de Operaciones de Emergencia 2023-2024 de La Provincia de Jaén, Pub. L. No. Resolución de Alcaldía N° 1083-MPJ/A, 1 Predes 1 (2023).
https://munijaen.gob.pe/municipalidad/documentos_gestion
- Reda, I., & Andreas, A. (2004). Solar position algorithm for solar radiation applications. *Solar Energy*, 76(5), 577–589. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2003.12.003>
- Rios, R., & Duarte, S. (2021). Selection of ideal sites for the development of large-scale solar photovoltaic projects through Analytical Hierarchical Process – Geographic information systems (AHP-GIS) in Peru. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 149(July 2020). <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111310>
- Roy, S. S., Chouhan, A., & Khera, N. (2025). Chapter 11 - NumPy. In S. S. Roy, A. Chouhan, & N. B. T.-P. F. T. Khera (Eds.), *Python Fast Track* (pp. 115–131). Morgan Kaufmann. <https://doi.org/10.1016/B978-0-443-33823-6.00020-3>

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia. A mis padres por ser el motor e inspiración a través de su amor incondicional y su incansable ejemplo de esfuerzo y superación. A mis hermanos, por su apoyo inquebrantable y por estar siempre a mi lado. Gracias por inspirarme a superarme cada día.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por permitir llevar a cabo esta investigación. Asimismo, expresar mi más sincero agradecimiento al **Mg. Oswaldo Pinedo Nava**, asesor de esta investigación y director del Instituto de Energías Renovables (INRER), por su orientación, paciencia y valiosos aportes en el desarrollo de este trabajo.

Extiendo también mi reconocimiento a la **los miembros del jurado evaluador**, docentes destacados de la Universidad Nacional de Jaén por sus valiosas observaciones y recomendaciones que permitieron mejorar la calidad de esta investigación.

ANEXOS

Anexo 1

Nomenclatura

α : Ángulo de altitud solar [°]

θ_z : Ángulo cenital (complementario al ángulo de altitud) [°]

ψ : Ángulo acimutal [°]

θ_i : Ángulo de incidencia [°]

β : Ángulo de inclinación del panel [°]

δ : Declinación de la tierra [°]

φ : Latitud

I_0 : Irradiancia solar fuera de la atmósfera [W/m²]

GHI : Irradiancia global horizontal [W/m²]

DNI : Irradiancia directa horizontal [W/m²]

DHI : Irradiancia horizontal difusa [W/m²]

$DNI_{sup-inclina}$: Irradiancia directa en el plano inclinado [W/m²]

DHI_{perez} : Irradiancia inclinada difusa [W/m²]

POA : Irradiancia global en plano inclinado [W/m²]

H_i : Irradiación (Energía) [Wh/m²]

Anexo 2

Análisis de horas de luz solar disponibles

Figura 51

Horas disponibles de luz solar mediante Pvlib

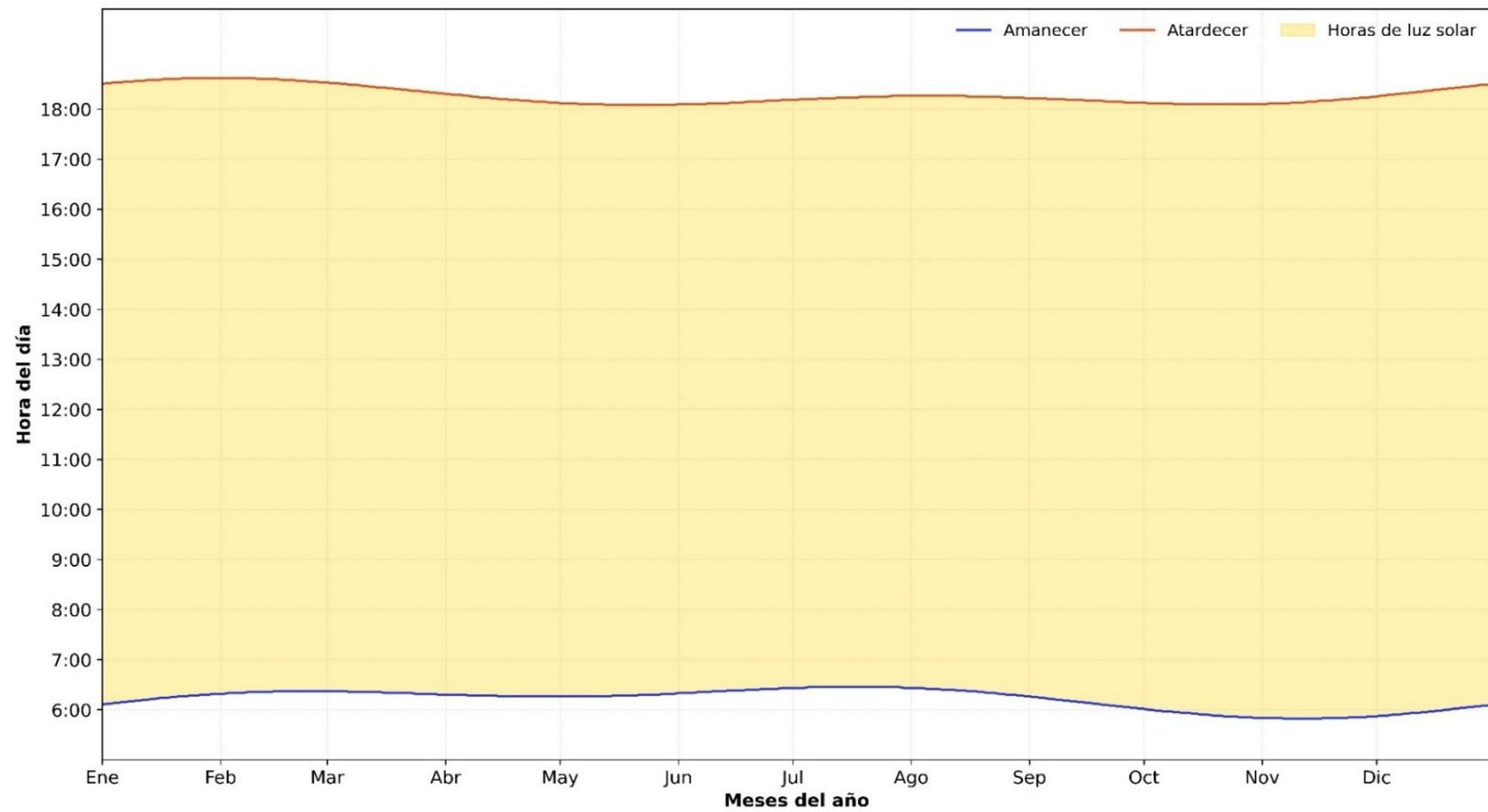
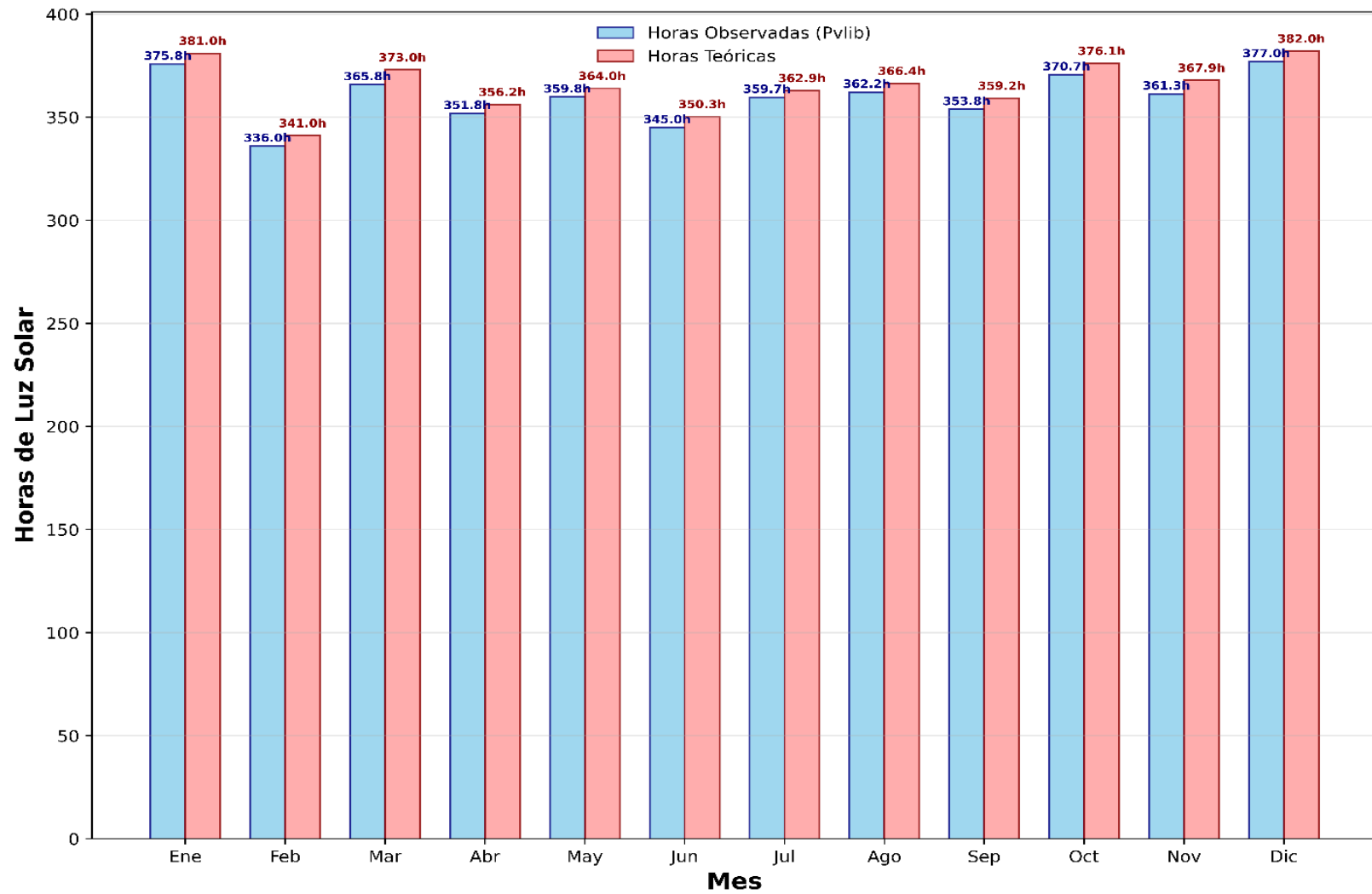


Figura 52

Comparación de horas disponibles de luz solar según el método



Anexo 3

Metodología del análisis de sombreado

Paso 01: Selección de modelos de elevación.

Selección y descargar el modelo de elevación que sea compatible con el software Qgis, en la investigación se utilizó el modelo **GEDTM30**, “construido utilizando un enfoque de fusión de datos basado en aprendizaje automático. Este conjunto de datos se generó utilizando un modelo de bosque aleatorio global a local entrenado con datos ICESat-2 y GEDI, aprovechando casi 30 mil millones de puntos”(Ho & Hengl, 2025).

Paso 02: Instalación de plugin.

Se instala los plugin para el análisis del terreno, en Qgis se utilizó el plugin “**Profile tool**”, esta herramienta traza líneas de perfil a partir de capas ráster o capas vectoriales de puntos con campo de elevación. Además admite la exportación de gráficos a archivos SVG, PDF, PNG o CSV.

Paso 03: Área de influencia.

Se definió el área de influencia considerando un radio de 5 km alrededor de la ciudad de Jaén (**Figura 24**). Esta delimitación se obtuvo mediante un análisis vectorial, empleando la herramienta **Geoprocessing Tools (buffer)** lo que permitió generar un polígono que representa el espacio geográfico directamente relacionado con el estudio.”

Paso 04: Perfil topográfico radial.

Se incorporó el perfil de elevación mediante la herramienta **Elevation profile** y, en función del área de influencia previamente delimitada, se procedió a calcular el perfil topográfico radial, el cual permite identificar las variaciones altitudinales del terreno en torno a la ciudad de Jaén.

Paso 05: Graficar el perfil topográfico

La representación del perfil topográfico puede realizarse con la propia herramienta Elevation Profile o, alternativamente, mediante la exportación de los puntos de elevación para graficarlos en un software externo como Excel o Python (**Figura 25**). En el presente estudio se optó por utilizar Python, dado que, facilita el análisis en función de la posición solar y de los ángulos mínimos requeridos para la evaluación del sombreado

Paso 05: Análisis de sombreado mediante Python

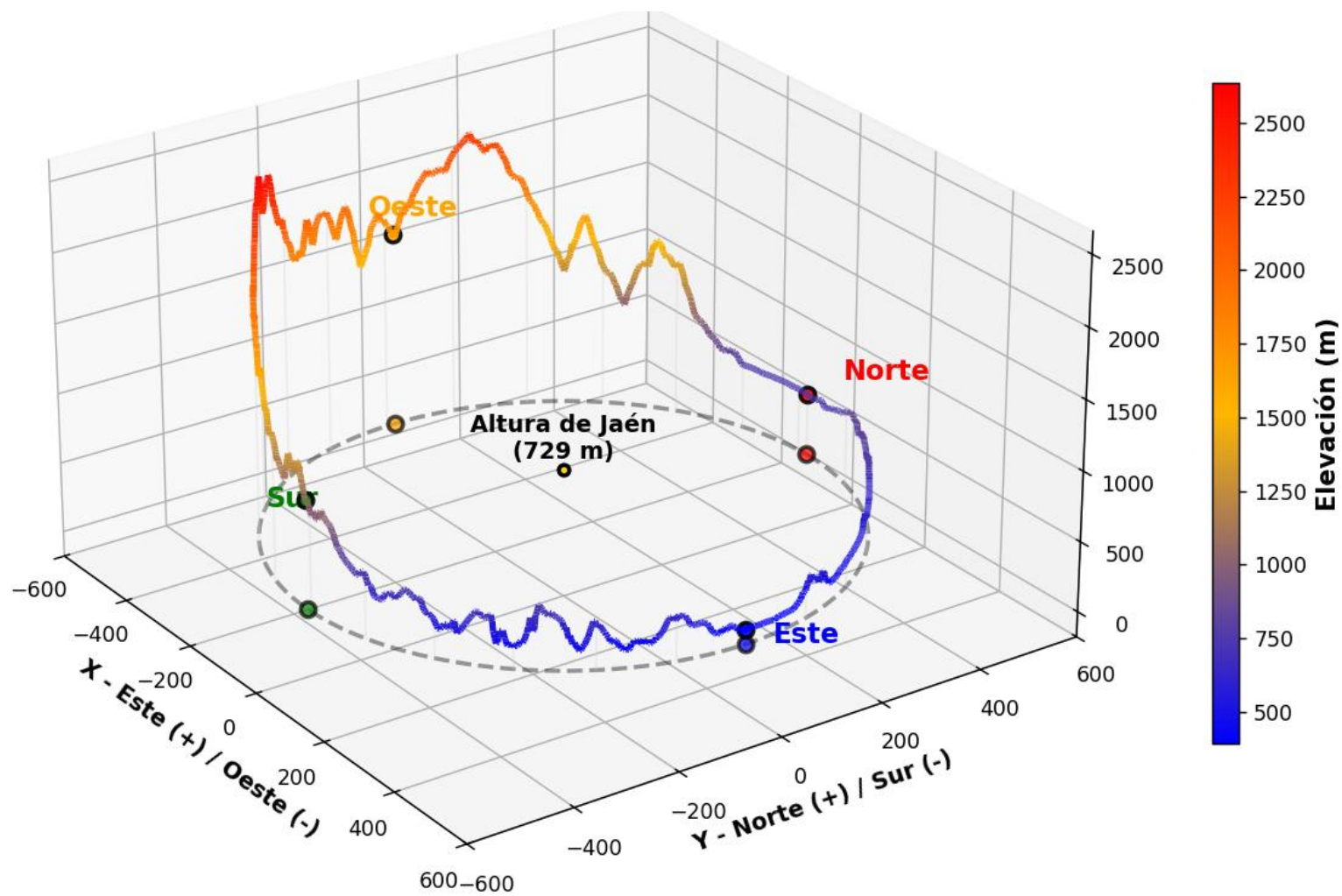
Para evaluar la interferencia del relieve del terreno en la captación de energía solar, se calcularon las horas de luz solar disponibles considerando un ángulo de referencia para cada día del año (**Tabla 10**). Cuando la elevación del perfil es menor al nivel de referencia, el cálculo se inicia desde el momento en que la altitud solar alcanza los 0°. En caso contrario, se toma como punto de partida el ángulo formado entre el plano de referencia y el plano definido por la posición de observación y la altitud del perfil, el cual se determina mediante la **Ecuación 58**, en función de la elevación del terreno y la altitud de la zona de estudio (Jaén: 729 m s.n.m.). De esta manera, se establece en el código de Python una condición que evita recorrer hasta la altitud 0°, utilizando en su lugar el ángulo mínimo fijado por el relieve, lo que reduce las horas aprovechables de luz solar (**Figura 27**)

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{\text{Diferencia de elevación}}{\text{Radio de zona de influencia}}\right) \quad (58)$$

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{\text{Elevación}_{\text{Perfil}} - \text{Elevación}_{\text{Jaén}}}{\text{Radio de zona de influencia}}\right)$$

Figura 53

Relieve 3D a 360° de la ciudad de Jaén



Anexo 4

Distribución de estaciones astronómicas

Tabla 33

Estaciones astronómicas en Jaén

<i>Mes</i>	<i>Declinación solar mensual (δ)</i>	<i>Estación astronómica</i>	<i>Fechas aproximadas</i>
Enero	-20.85°		
Febrero	-13.33°	Verano	21 dic – 20 mar
Marzo	-2.39°		
Abril	+9.49°	Otoño	21 mar – 20 jun
Mayo	+18.81°		
Junio	+23.08°		
Julio	+21.10°	Invierno	21 jun – 22 sep
Agosto	+13.30°		
Septiembre	+1.99°		
Octubre	-9.85°		
Noviembre	-19.05°	Primavera	23 sep – 20 dic
Diciembre	-23.10°		
		Verano	21 dic – 20 mar

Anexo 5

Análisis estadístico entre el método de Pvlib y calculo manual

Tabla 34

Algoritmo de Pvlib y cálculo manual de la altitud

<i>Hora</i>	<i>Altitud (Pvlib)</i>	<i>Altitud (Cálculo manual)</i>	<i>Error Absoluto (Δ)</i>	<i>Error Relativo (%)</i>
07:00:00	11.75	11.74	0.01	0.09%
08:00:00	25.51	25.53	0.02	0.08%
09:00:00	39.15	39.18	0.03	0.08%
10:00:00	52.37	52.40	0.03	0.06%
11:00:00	64.32	64.34	0.02	0.03%
12:00:00	72.15	72.13	0.02	0.03%
13:00:00	70.10	70.02	0.08	0.11%
14:00:00	60.15	60.06	0.09	0.15%
15:00:00	47.56	47.46	0.1	0.21%
16:00:00	34.13	34.03	0.1	0.29%
17:00:00	20.41	20.29	0.12	0.59%
18:00:00	6.69	6.49	0.2	2.99%

Anexo 6

Analema solar para cada hora del día

Figura 54

Analema solar desde la perspectiva de la altitud y acimut

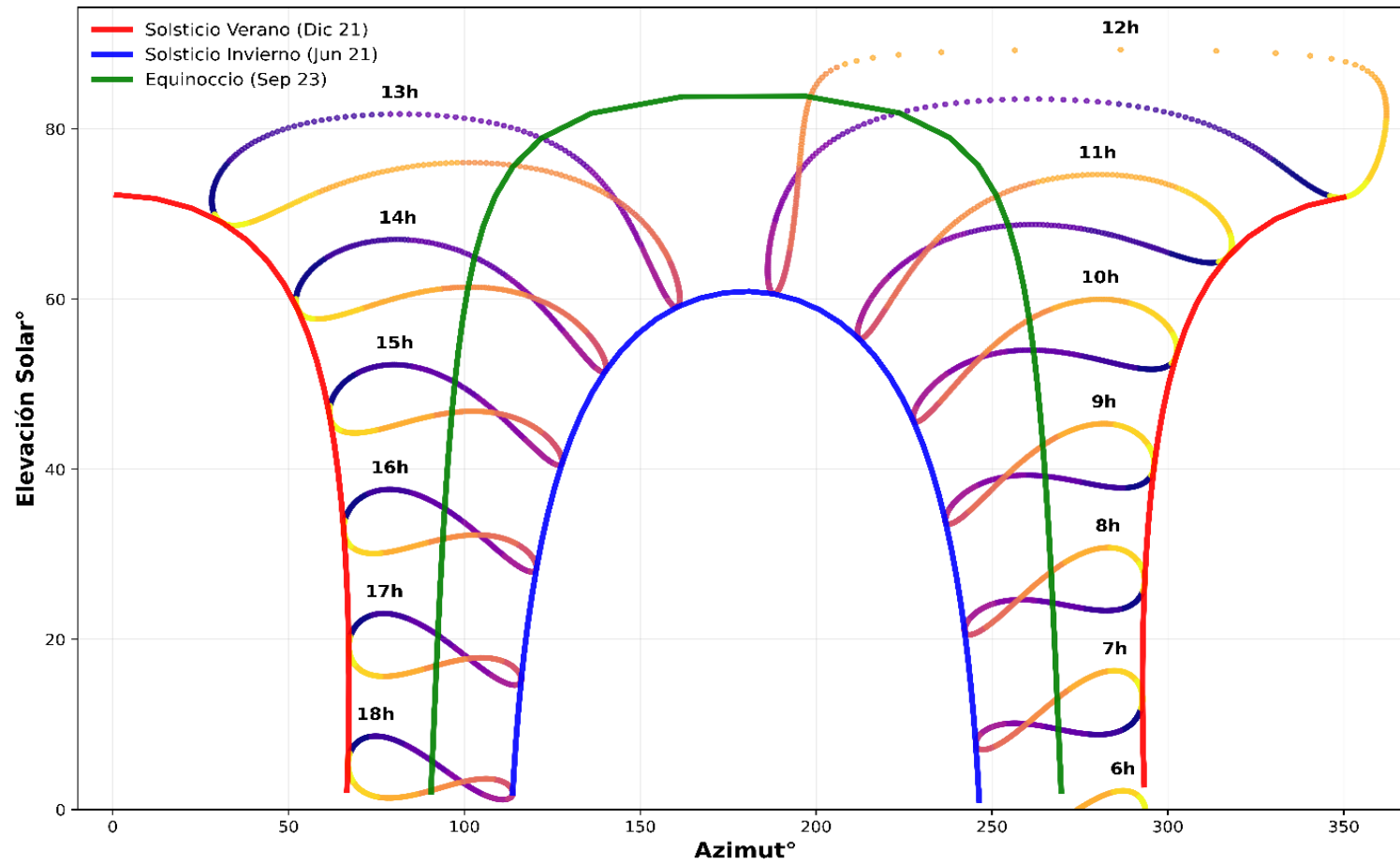
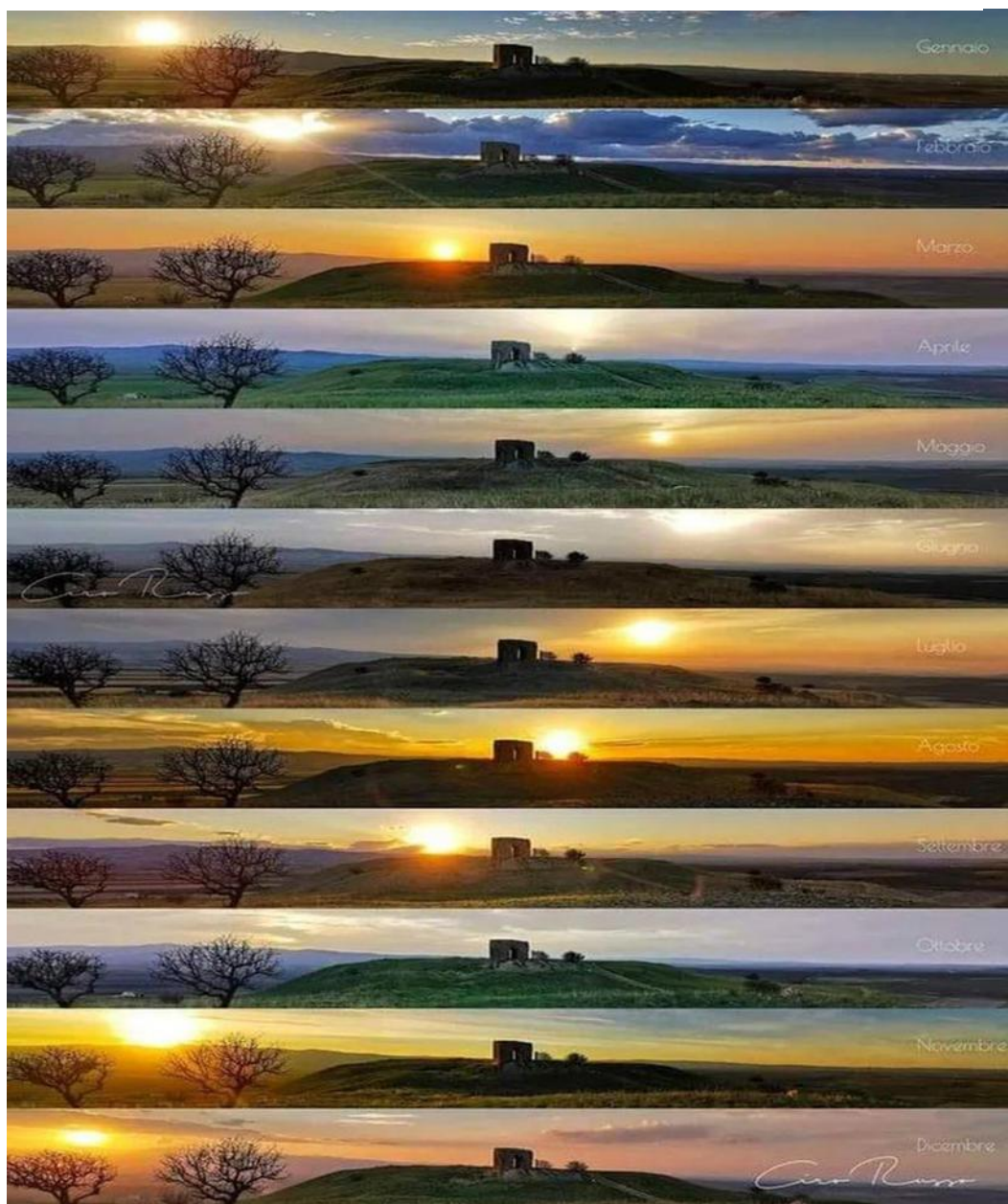


Figura 55

Sol fotografiado la misma hora y mismo lugar para los 12 meses



Fuente: Russo, C. (s.f). Puesta de sol mensual sobre la torre del sitio arqueológico de Castelfiorentino Italia [Fotografía]. Recuperado el 27 de octubre del 2025 de Imgur.
<https://imgur.com/bEOsrJh>

Anexo 7

Variación de las coordenadas solares en un periodo de 10 años

Tabla 35

Comparación del ángulo de altitud en un periodo de 10 años

<i>Tiempo</i>	<i>Altitud 24</i>	<i>Altitud 25</i>	<i>Altitud 26</i>	<i>Altitud 27</i>	<i>Altitud 28</i>	<i>Altitud 29</i>	<i>Altitud 30</i>	<i>Altitud 31</i>	<i>Altitud 32</i>	<i>Altitud 33</i>
06:07	0.182	0.165	0.170	0.176	0.181	0.163	0.169	0.175	0.181	0.164
07:00	11.834	11.749	11.776	11.805	11.829	11.744	11.773	11.800	11.829	11.749
08:00	25.584	25.506	25.530	25.557	25.579	25.501	25.528	25.553	25.580	25.507
09:00	39.221	39.152	39.174	39.198	39.217	39.148	39.172	39.194	39.219	39.155
10:00	52.421	52.367	52.384	52.403	52.418	52.365	52.384	52.401	52.420	52.372
11:00	64.348	64.324	64.332	64.341	64.347	64.324	64.333	64.341	64.351	64.331
12:00	72.112	72.152	72.139	72.127	72.115	72.156	72.144	72.132	72.120	72.162
13:00	70.006	70.104	70.073	70.041	70.012	70.112	70.080	70.049	70.017	70.114
14:00	60.050	60.155	60.122	60.087	60.057	60.162	60.127	60.094	60.059	60.161
15:00	47.464	47.564	47.532	47.499	47.471	47.570	47.537	47.505	47.472	47.567
16:00	34.040	34.133	34.104	34.073	34.046	34.139	34.108	34.078	34.046	34.135
17:00	20.328	20.414	20.387	20.358	20.334	20.420	20.390	20.363	20.333	20.415
18:00	6.609	6.687	6.662	6.636	6.613	6.691	6.665	6.640	6.612	6.686
18:30	0.032	0.051	0.045	0.039	0.034	0.052	0.046	0.040	0.033	0.051

Nota. Datos tomados para el día 01 de enero durante 10 años.

Tabla 36*Comparación del ángulo de acimut en un periodo de 10 años*

<i>Tiempo</i>	<i>Acimut 24</i>	<i>Acimut 25</i>	<i>Acimut 26</i>	<i>Acimut 27</i>	<i>Acimut 28</i>	<i>Acimut 29</i>	<i>Acimut 30</i>	<i>Acimut 31</i>	<i>Acimut 32</i>	<i>Acimut 33</i>
06:07	113.1747	113.1135	113.1329	113.1523	113.1704	113.1079	113.1273	113.1459	113.1648	113.1025
07:00	112.3769	112.3142	112.334	112.354	112.3725	112.3084	112.3283	112.3474	112.3668	112.303
08:00	112.8296	112.7518	112.7764	112.8014	112.8242	112.7449	112.7699	112.7937	112.8181	112.7396
09:00	115.208	115.1053	115.1376	115.171	115.201	115.0965	115.1298	115.1614	115.1941	115.0913
10:00	120.986	120.8376	120.8843	120.9329	120.9761	120.8255	120.8741	120.9201	120.9679	120.8208
11:00	134.4377	134.2009	134.2753	134.3537	134.4222	134.1826	134.2612	134.3352	134.4131	134.1811
12:00	166.0012	165.6835	165.7834	165.8908	165.9814	165.6615	165.77	165.8707	165.9786	165.6739
13:00	208.9603	208.851	208.8852	208.9247	208.9545	208.8464	208.8871	208.9234	208.9648	208.868
14:00	232.1407	232.1647	232.1569	232.1512	232.1431	232.1691	232.1639	232.1577	232.1534	232.1838
15:00	241.8229	241.8775	241.8601	241.8436	241.8271	241.8833	241.867	241.8509	241.8353	241.8932
16:00	246.0196	246.0819	246.0621	246.0426	246.024	246.0878	246.0685	246.0496	246.0309	246.0952
17:00	247.5655	247.6317	247.6108	247.5897	247.5701	247.6377	247.6168	247.5966	247.5762	247.6436
18:00	247.4444	247.5157	247.4932	247.4703	247.4494	247.5219	247.4992	247.4773	247.455	247.5269
18:30	246.8485	246.9175	246.8956	246.8736	246.8533	246.9235	246.9016	246.8804	246.8589	246.9287

Nota. Datos tomados para el día 01 durante 10 años.

Anexo 8

Código Python para calcular la posición aparente del sol

```
import pandas as pd
import numpy as np
import pytz
import pvlib
from pvlib import solarposition
from datetime import datetime, timedelta

# CONFIGURACIÓN DE UBICACIÓN
tz = 'America/Lima'
lat, lon = -5.675935610787346, -78.77769275820863 # Jaén, Perú
altitude = 729 # metros

# RANGO TEMPORAL (Cambiar la ruta donde se quiere guardar el archivo)
año_inicio = 2024
año_fin = 2033
ruta_excel = r"C:\Users\Acer\Desktop\Python\Ejecucion 2025\Excel
(Resultados)\trayectoria solar jaen 2024 2033.xlsx"

# Función para detectar amanecer y atardecer
#se crea la funcion para detectar la altitud desde 0° (amanecer) hasta 0° (atardecer)
def detectar_amanecer_atardecer(solar_data):
    """Detecta amanecer y atardecer por interpolación del cruce de altitud = 0°"""
    amanecer = None
    atardecer = None

    for i in range(len(solar_data) - 1):
        alt_actual = solar_data['apparent_elevation'].iloc[i]
        alt_siguiente = solar_data['apparent_elevation'].iloc[i + 1]

        # Cruce ascendente (amanecer)
        if alt_actual <= 0 < alt_siguiente and amanecer is None:
            # Interpolación lineal
            frac = -alt_actual / (alt_siguiente - alt_actual)
            tiempo_actual = solar_data.index[i]
            tiempo_siguiente = solar_data.index[i + 1]
            amanecer = tiempo_actual + (tiempo_siguiente - tiempo_actual) * frac

        # Cruce descendente (atardecer)
        elif alt_actual > 0 >= alt_siguiente:
            frac = -alt_actual / (alt_siguiente - alt_actual)
```

```

    tiempo_actual = solar_data.index[i]
    tiempo_siguiente = solar_data.index[i + 1]
    atardecer = tiempo_actual + (tiempo_siguiente - tiempo_actual) * frac

    return amanecer, atardecer

def procesar_dia(fecha_str, lat, lon, altitude, tz):
    """Procesa un día completo y retorna datos filtrados"""
    # Crear rango de tiempo para el día completo
    fecha_dt = pd.to_datetime(fecha_str).tz_localize(tz)
    inicio_dia = fecha_dt.replace(hour=0, minute=0, second=0)
    fin_dia = fecha_dt.replace(hour=23, minute=59, second=59)

    # Crear serie temporal cada 10 minutos
    times = pd.date_range(start=inicio_dia, end=fin_dia, freq='10min')

    # Calcular posición solar
    solar_pos = solarposition.get_solarposition(times, lat, lon, altitude)

    # Detectar amanecer y atardecer
    amanecer, atardecer = detectar_amanecer_atardecer(solar_pos)

    if amanecer is None or atardecer is None:
        return pd.DataFrame() # Día sin sol (polar)

    # Filtrar datos entre amanecer y atardecer
    mask_dia = (solar_pos.index >= amanecer) & (solar_pos.index <= atardecer)
    solar_pos_dia = solar_pos[mask_dia].copy()

    # Filtrar solo altitudes positivas
    solar_pos_dia = solar_pos_dia[solar_pos_dia['apparent_elevation'] > 0].copy()

    if len(solar_pos_dia) == 0:
        return pd.DataFrame()

    # Crear lista de tiempos a incluir
    tiempos_incluir = []

    # 1. Agregar amanecer exacto
    tiempos_incluir.append(amanecer)

    # 2. Agregar horas redondas dentro del rango
    hora_inicio = amanecer.ceil('h') # Primera hora redonda después del amanecer
    hora_fin = atardecer.floor('h') # Última hora redonda antes del atardecer

```

```

if hora_inicio <= hora_fin:
    horas_redondas = pd.date_range(start=hora_inicio, end=hora_fin, freq='h')
    tiempos_incluir.extend(horas_redondas.tolist())

# 3. Agregar atardecer exacto
tiempos_incluir.append(atardecer)

# Eliminar duplicados y ordenar
tiempos_incluir = sorted(list(set(tiempos_incluir)))

# Calcular posición solar para estos tiempos específicos
solar_pos_final = solarposition.get_solarposition(pd.DatetimeIndex(tiempos_incluir), lat, lon,
altitude)

# Crear DataFrame de resultado
resultado = pd.DataFrame({
    'date': [t.strftime('%Y-%m-%d') for t in tiempos_incluir],
    'time': [t.strftime('%H:%M') for t in tiempos_incluir],
    'altitude_deg': solar_pos_final['apparent_elevation'].round(4),
    'azimuth_deg': solar_pos_final['azimuth'].round(4)
})

return resultado

# Procesar todos los años (10 años de analisis 2024-2033)
datos_completos = {}
datos_comparativa = []

for año in range(año_inicio, año_fin + 1):
    print(f'Procesando año {año}...', end=" ", flush=True)

    # Crear rango de fechas para el año
    inicio_año = f'{año}-01-01'
    fin_año = f'{año}-12-31'
    fechas = pd.date_range(start=inicio_año, end=fin_año, freq='D')

    datos_año = []

    for fecha in fechas:
        fecha_str = fecha.strftime('%Y-%m-%d')
        datos_dia = procesar_dia(fecha_str, lat, lon, altitude, tz)

        if len(datos_dia) > 0:
            datos_año.append(datos_dia)

```

```

# Agregar a datos comparativa (solo horas redondas)
horas_redondas = datos_dia[datos_dia['time'].str.endswith(':00')].copy()
if len(horas_redondas) > 0:
    horas_redondas['year'] = año
    horas_redondas['date_time_key'] = horas_redondas['date'].str[5:] + '_' +
horas_redondas['time']
    datos_comparativa.append(horas_redondas)

# Combinar datos del año
if datos_año:
    datos_completos[str(año)] = pd.concat(datos_año, ignore_index=True)
    print(f"{len(datos_completos[str(año)])} registros")
else:
    print("Sin datos")

# Crear tabla comparativa (media, std, minima, maxima)
if datos_comparativa:
    df_comparativa = pd.concat(datos_comparativa, ignore_index=True)

# Agrupar por fecha y hora (sin año)
comparativa = df_comparativa.groupby('date_time_key').agg({
    'altitude_deg': ['mean', 'std', 'min', 'max'],
    'azimuth_deg': ['mean', 'std', 'min', 'max'],
    'date': 'first',
    'time': 'first'
}).round(4)

# Aplanar nombres de columnas
comparativa.columns = [
    'altitude_mean', 'altitude_std', 'altitude_min', 'altitude_max',
    'azimuth_mean', 'azimuth_std', 'azimuth_min', 'azimuth_max',
    'date_sample', 'time'
]

# Reorganizar columnas
comparativa = comparativa[['date_sample', 'time', 'altitude_mean',
    'altitude_std', 'altitude_min', 'altitude_max',
    'azimuth_mean', 'azimuth_std', 'azimuth_min',
    'azimuth_max']].copy()

# Limpiar fecha (quitar año de referencia)
comparativa['date_reference'] = comparativa['date_sample'].str[5:] # MM-DD
comparativa = comparativa.drop('date_sample', axis=1)

```

```

# Reordenar
comparativa = comparativa[['date_reference', 'time',
                             'altitude_mean', 'altitude_std', 'altitude_min',
                             'altitude_max', 'azimuth_mean', 'azimuth_std', 'azimuth_min',
                             'azimuth_max']]

print(f"{len(comparativa)} entradas únicas de fecha-hora")

print(f"\nExportando a Excel...")

# Exportar a Excel
try:
    with pd.ExcelWriter(ruta_excel, engine='openpyxl') as writer:
        # Exportar datos por año
        for año, datos in datos_completos.items():
            datos.to_excel(writer, sheet_name=año, index=False)
            print(f" Hoja '{año}': {len(datos)} registros")

        # Exportar tabla comparativa
        if datos_comparativa:
            comparativa.to_excel(writer, sheet_name='Comparativa', index=False)
            print(f"Hoja 'Comparativa': {len(comparativa)} registros")

    print(f"\nArchivo Excel creado exitosamente:")
    print(f" {ruta_excel}")

except Exception as e:
    print(f"\nError al crear archivo Excel (verifique la ruta): {e}")

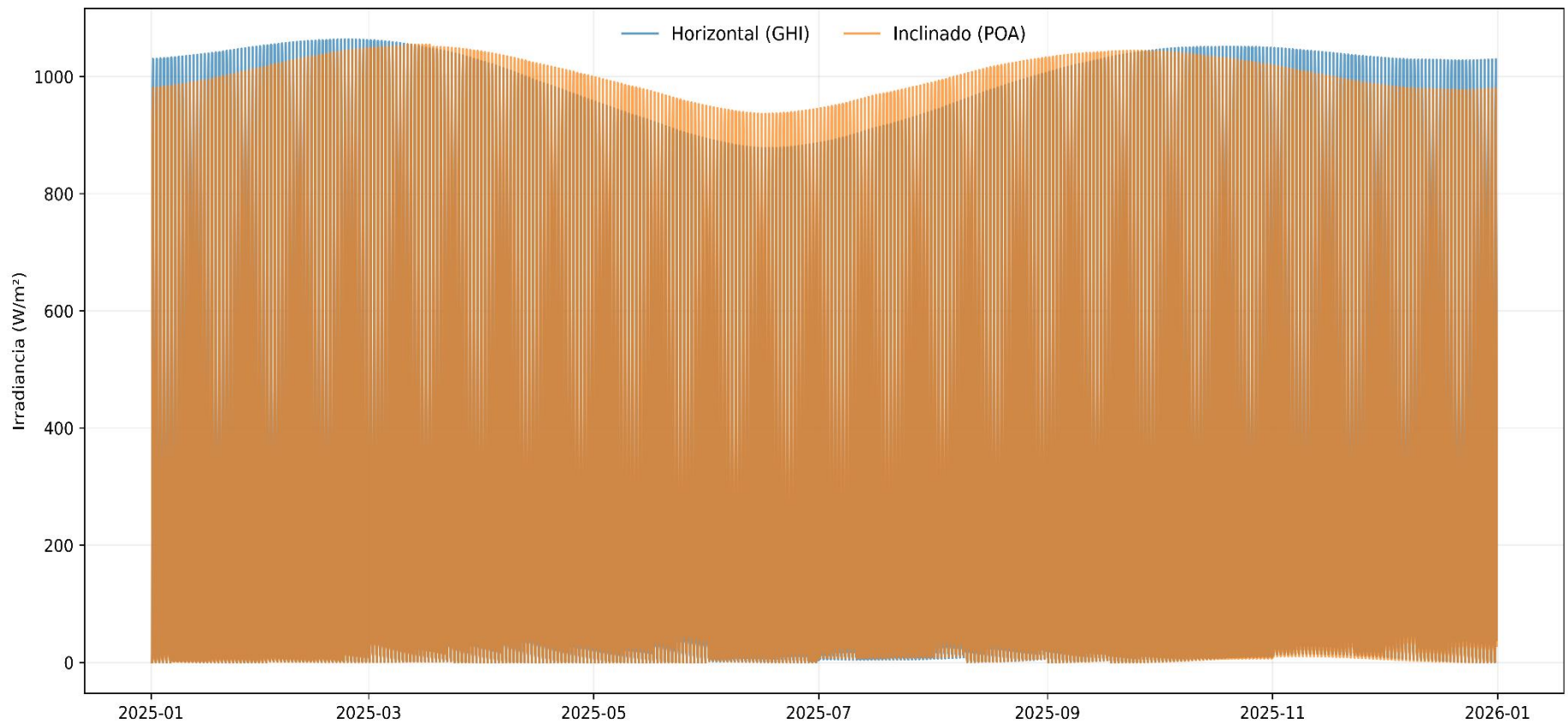
```

Anexo 9

Irradiancia en el plano horizontal y en el plano inclinado

Figura 56

Irradiancia horizontal global vs irradiancia en el plano inclinado

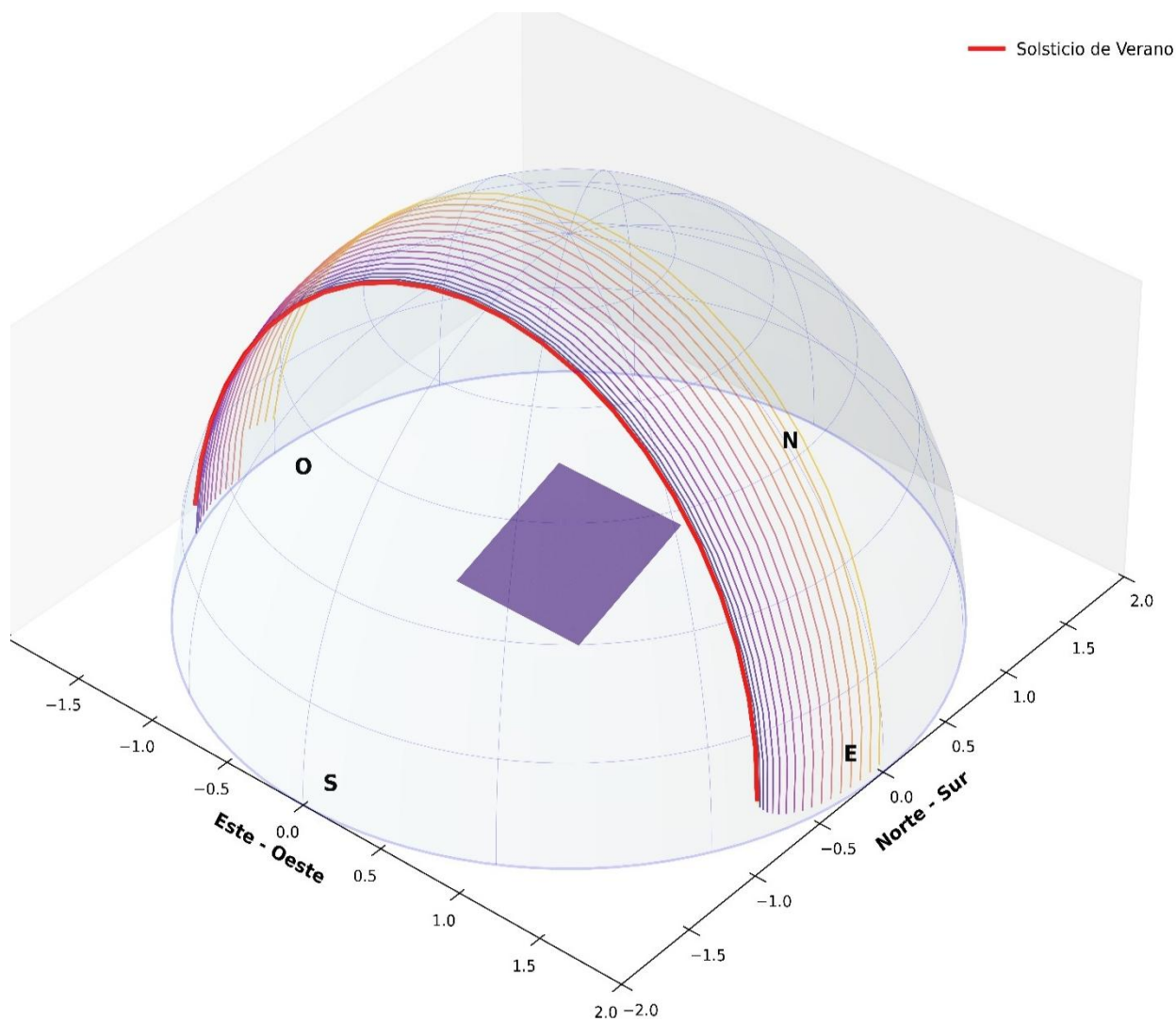


Anexo 10

Inclinación del módulo fotovoltaico en diferentes estaciones del año

Figura 57

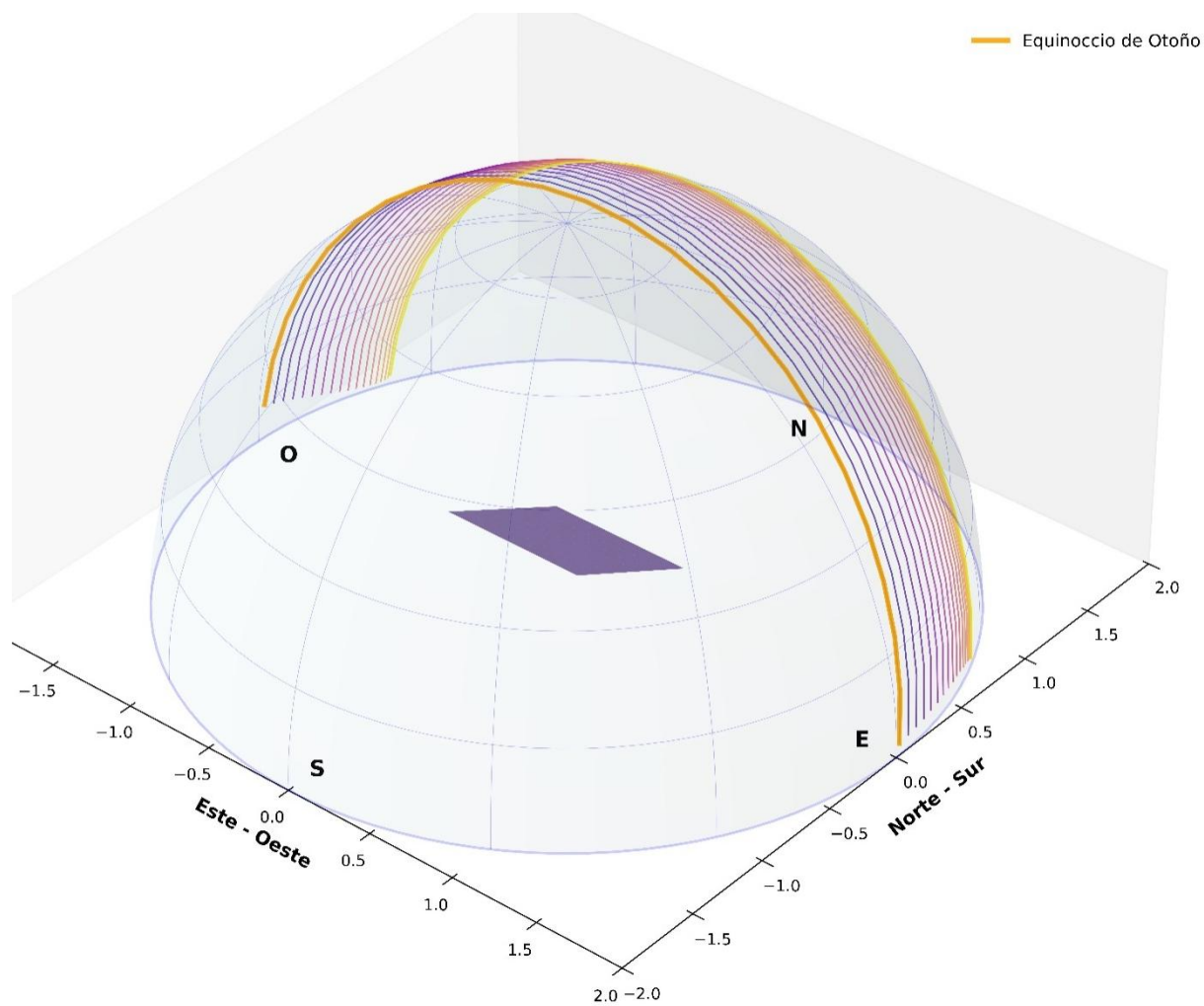
Inclinación para verano en Jaén



Nota. Para Jaén en verano se tiene un ángulo de 17° al sur.

Figura 58

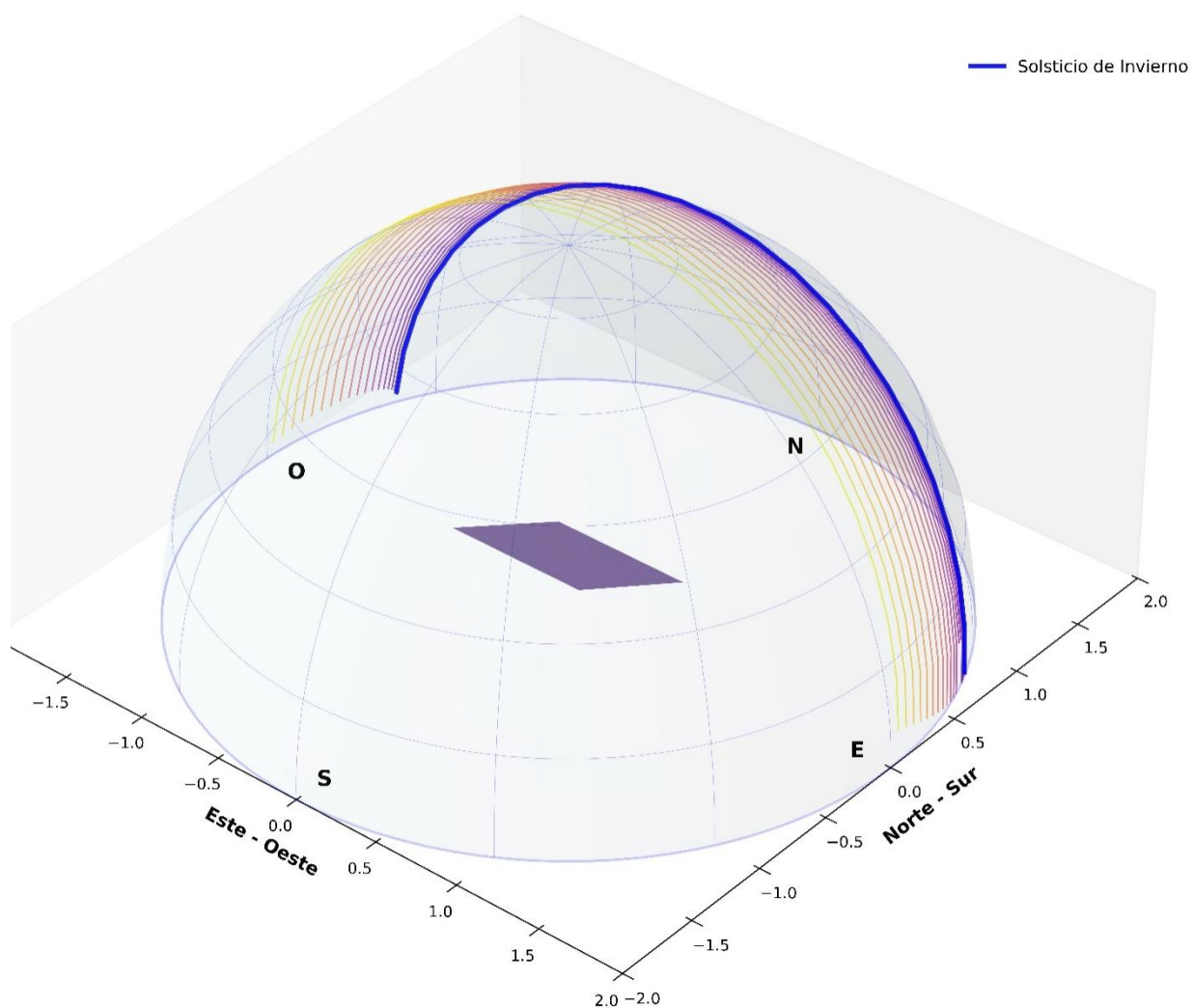
Inclinación para otoño en Jaén



Nota. Para Jaén en otoño se tiene un ángulo de 28° al norte.

Figura 59

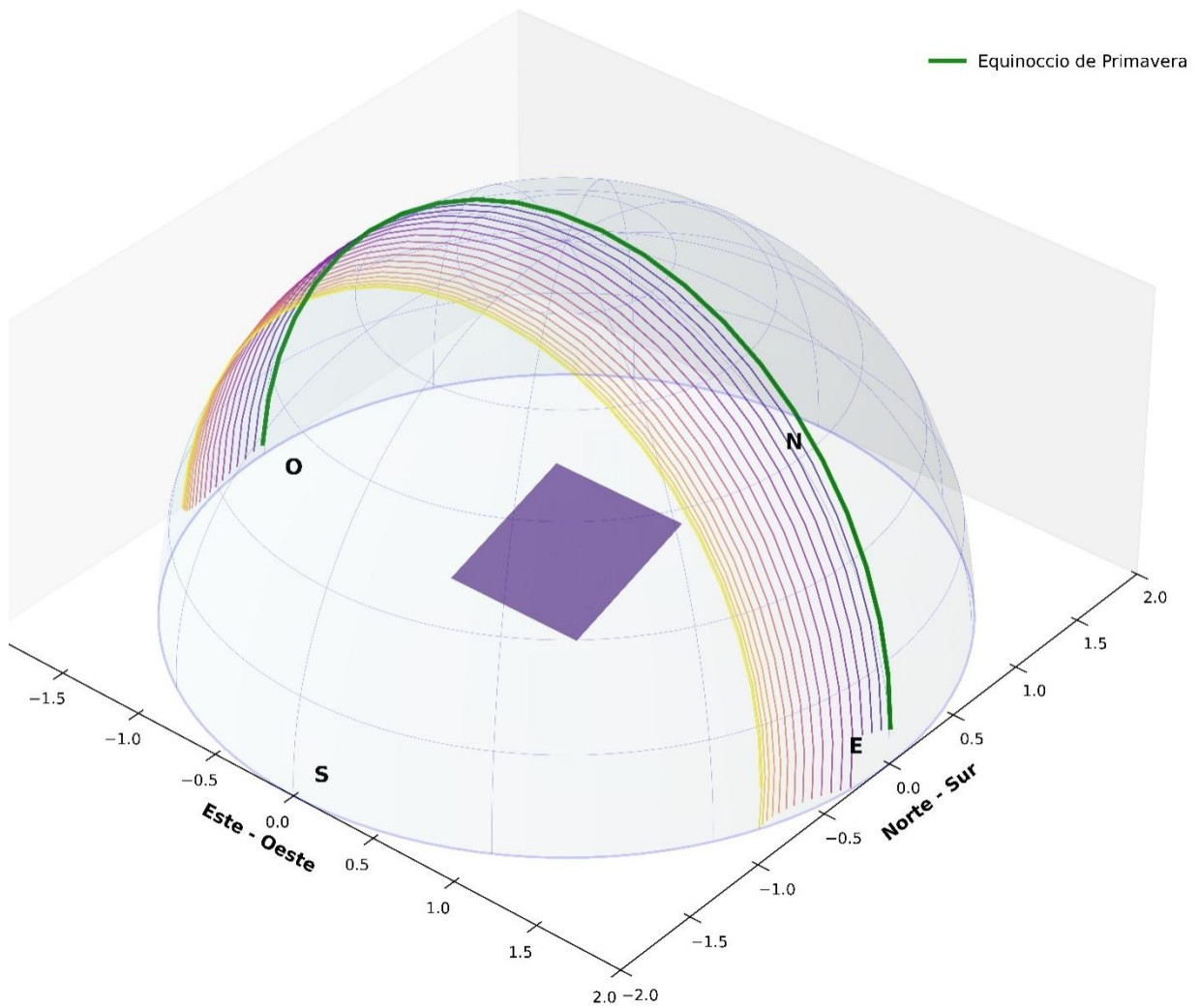
Inclinación para invierno en Jaén



Nota. Para Jaén en invierno se tiene un ángulo de 28 al norte.

Figura 60

Inclinación para primavera en Jaén



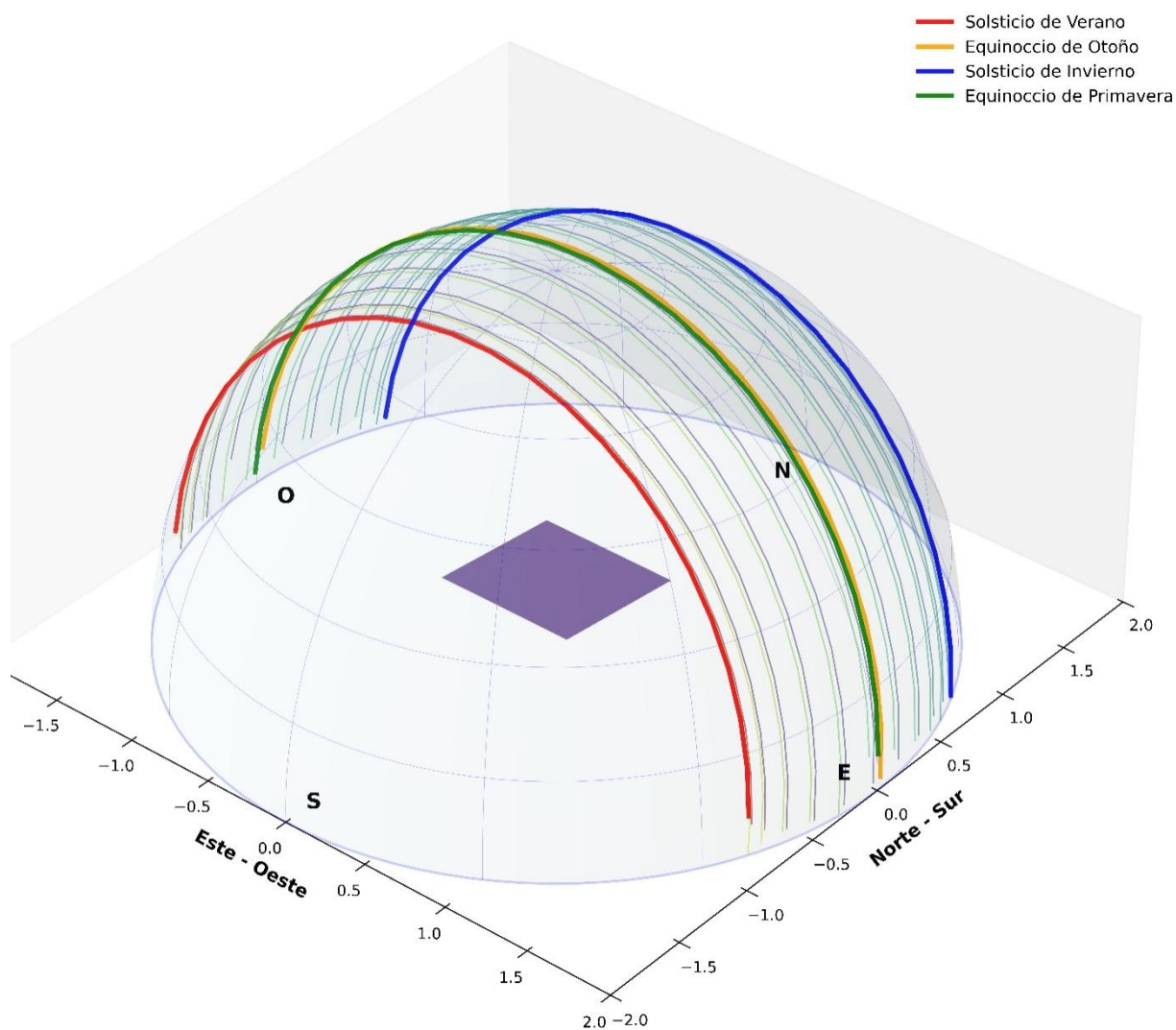
Nota. Para Jaén en primavera se tiene un ángulo de 17 al sur.

Anexo 11

Ángulo óptimo anual

Figura 61

Inclinación anual mediante vectorizado en Jaén



Nota. Para Jaén en verano se tiene un ángulo de 6° .

Anexo 12

Código Arduino utilizado para medir los parámetros eléctricos

```
#include <Wire.h>
#include <SPI.h>
#include <SD.h>
#include <Adafruit_INA219.h>
#include "RTClib.h"

// CONFIGURACIÓN DE HORAS DE MEDICIÓN
const int HORA_INICIO = 6; // 6 AM
const int HORA_FIN = 18; // 6 PM
const int chipSelect = 10;
const unsigned long interval_ms = 5000UL;

// Define el nombre del archivo en un solo lugar
const char* nombreArchivo = "datalog.csv";

File logFile;

// Crea un objeto para cada sensor con su dirección I2C
Adafruit_INA219 inaA(0x40); // Sensor Panel A
Adafruit_INA219 inaB(0x41); // Sensor Panel B

RTC_DS3231 rtc;
unsigned long lastMillis = 0;

void setup() {
  Serial.begin(115200);
  Wire.begin();
  // Inicialización de sensores
  if(!inaA.begin()) Serial.println("INA219 A (0x40) no encontrado");
```

```

else Serial.println("INA219 A (0x40) listo");

if (!inaB.begin()) Serial.println("INA219 B (0x41) no encontrado");
else Serial.println("INA219 B (0x41) listo");

// Inicialización de RTC
if (!rtc.begin()) {
    Serial.println("RTC no encontrado");
} else {
    Serial.println("RTC OK");
    if (rtc.lostPower()) {
        Serial.println("RTC perdió energía. AJUSTAR HORA.");
    }
}

// Inicialización de la Tarjeta SD
Serial.print("Iniciando SD...");
if (!SD.begin(chipSelect)) {
    Serial.println("¡Error en SD!");
    while (1); // Detiene el programa si la SD falla
}
Serial.println("SD OK.");

// Abrir el archivo UNA SOLA VEZ
logFile = SD.open(nombreArchivo, FILE_WRITE);

if (logFile) {
    Serial.print("Archivo ");
    Serial.print(nombreArchivo);
    Serial.println("abierto correctamente.");
    // Si el archivo es nuevo (tamaño 0), escribe la cabecera
    if (logFile.size() == 0) {

```

```

    logFile.println("timestamp,V_A[V],I_A[A],P_A[W],V_B[V],I_B[A],P_B[W],Temp_RTC[C
]");
    logFile.flush(); // Asegura que la cabecera se escriba inmediatamente
}
} else {
    Serial.print("Error al abrir ");
    Serial.println(nombreArchivo);
    while(1); // Detiene el programa si no se puede abrir el archivo
}

lastMillis = millis();
}
void loop() {
    if (millis() - lastMillis >= interval_ms) {
        lastMillis = millis();
        DateTime now = rtc.now();

        // Solo ejecuta la lógica si estamos dentro del horario establecido
        if (now.hour() >= HORA_INICIO && now.hour() < HORA_FIN) {

            // Lecturas del sensor A
            float V_A = inaA.getBusVoltage_V();
            float I_A = inaA.getCurrent_mA() / 1000.0;
            float P_A = V_A * I_A;

            // Lecturas del sensor B
            float V_B = inaB.getBusVoltage_V();
            float I_B = inaB.getCurrent_mA() / 1000.0;
            float P_B = V_B * I_B;

            // Lectura de la temperatura del RTC

```

```

float tempC = rtc.getTemperature();

// Formatear timestamp
char ts_buf[25];
sprintf(ts_buf, "%04d-%02d-%02d %02d:%02d:%02d",
        now.year(), now.month(), now.day(),
        now.hour(), now.minute(), now.second());

// Escribir directamente en el archivo ya abierto
if (logFile) {
    logFile.print(ts_buf); logFile.print(",");
    logFile.print(V_A, 2); logFile.print(",");
    logFile.print(I_A, 3); logFile.print(",");
    logFile.print(P_A, 3); logFile.print(",");
    logFile.print(V_B, 2); logFile.print(",");
    logFile.print(I_B, 3); logFile.print(",");
    logFile.print(P_B, 3); logFile.print(",");
    logFile.println(tempC, 2);

    // Usar flush() para guardar los datos en la tarjeta sin cerrar el archivo
    logFile.flush();
} else {
    Serial.println("Error: el archivo de registro no está abierto.");
}
}
}
}
}

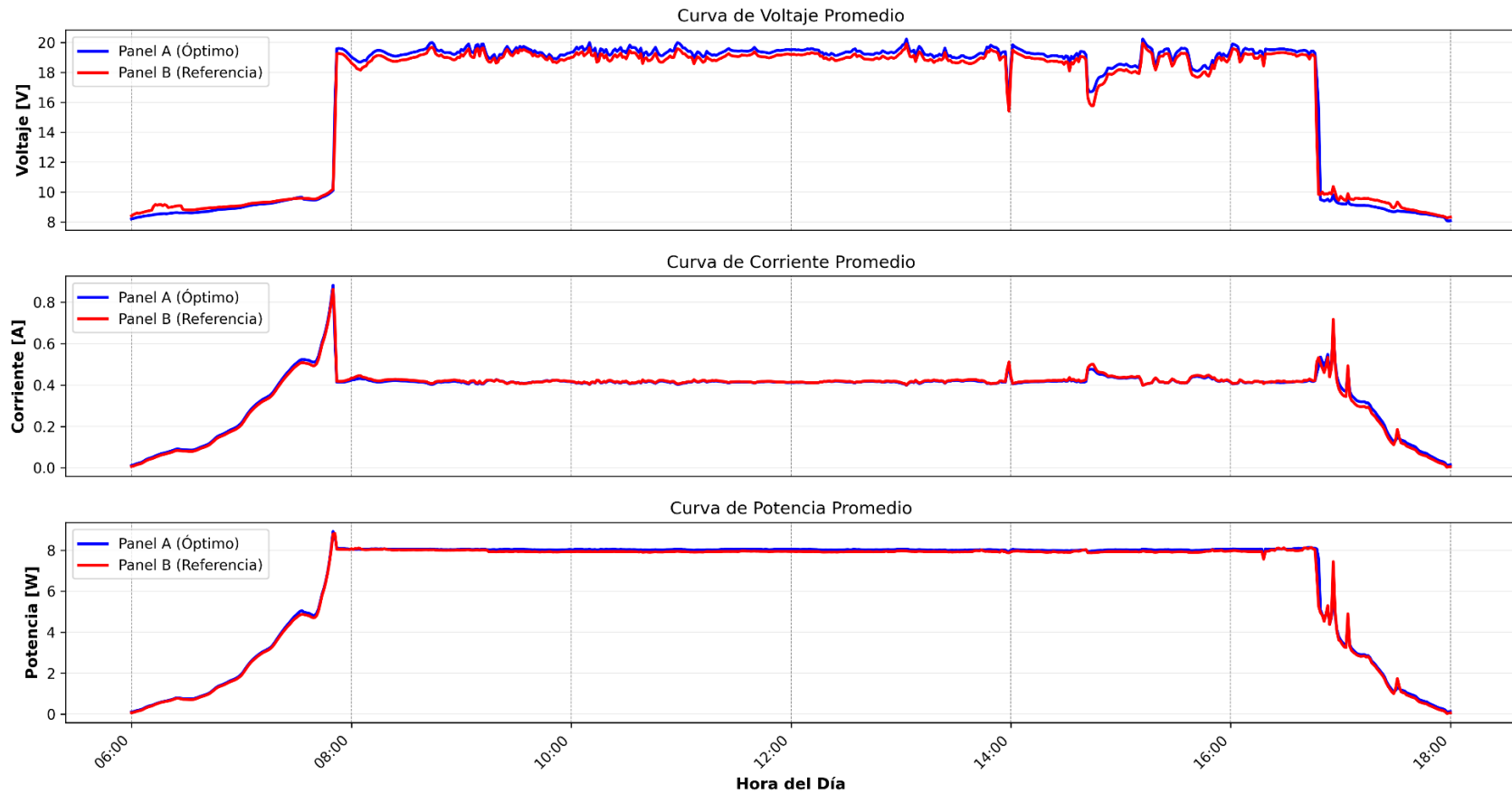
```

Anexo 13

Parámetro eléctricos medidos a condiciones climáticas diferentes

Figura 62

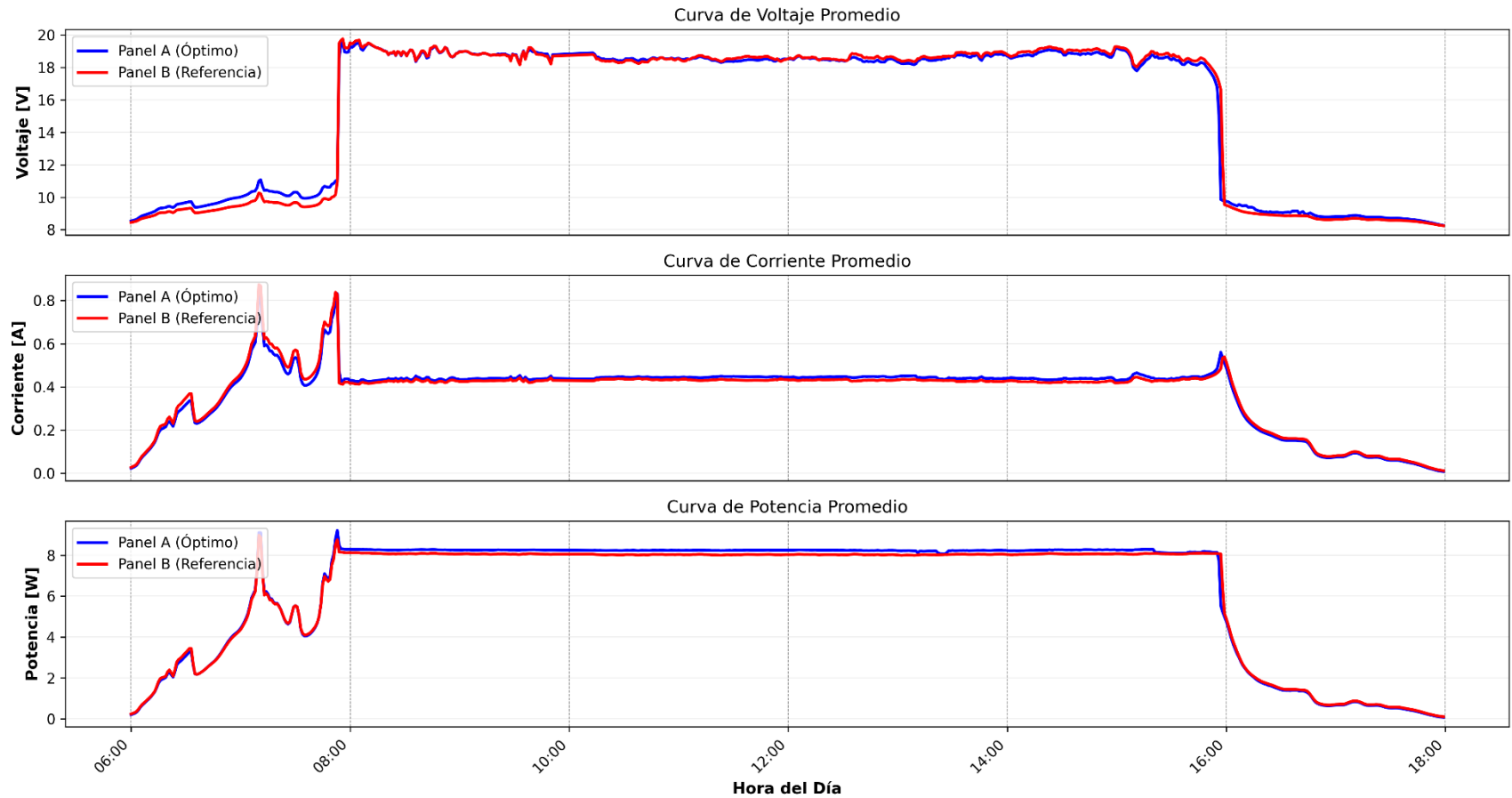
Día 3 de octubre (cielo despejado y soleado)



Nota. La potencia de ambos sistemas sigue una trayectoria similar.

Figura 63

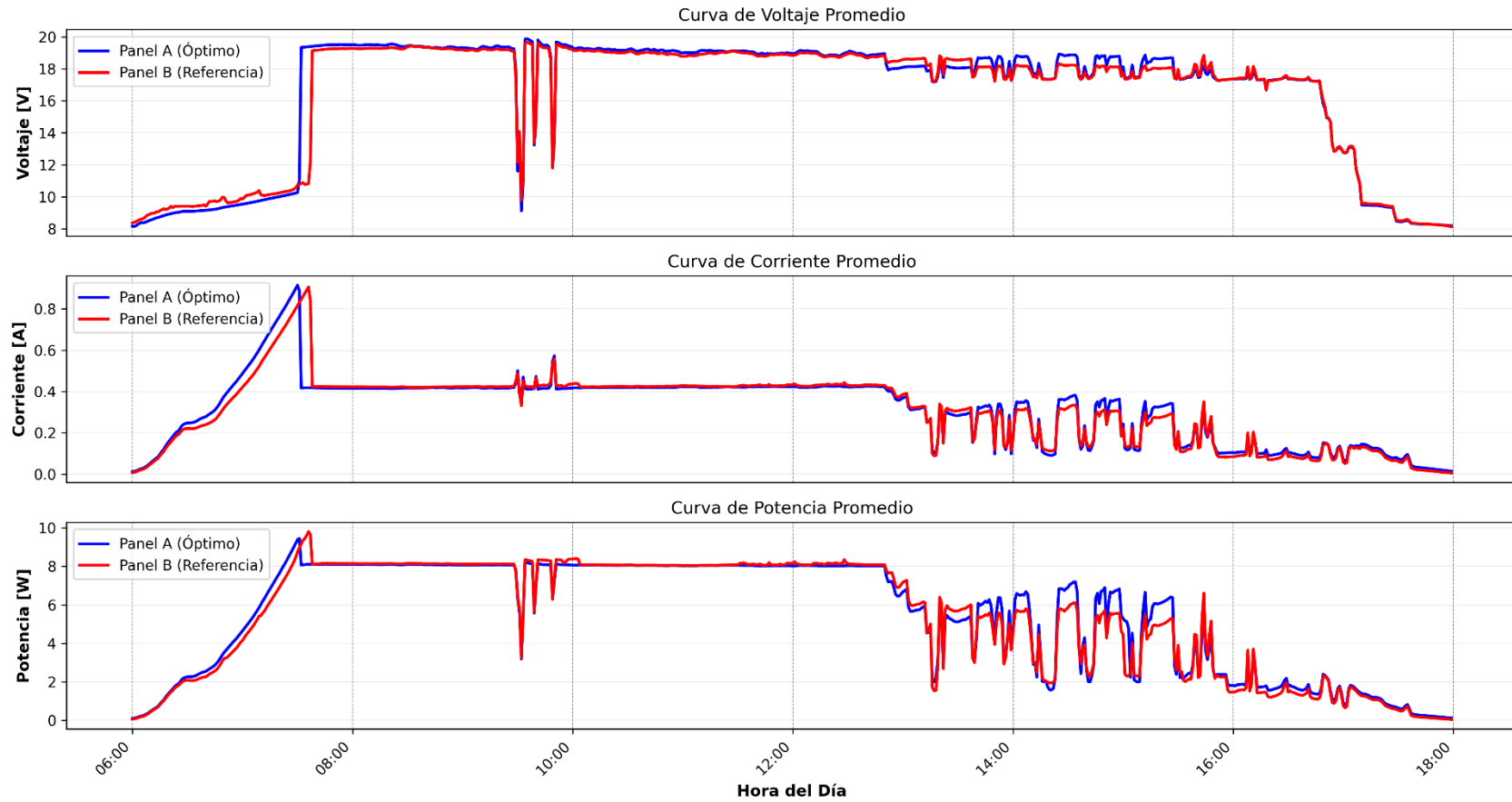
Día 10 de octubre (Alta intensidad de viento)



Nota. El sistema A se impone durante la mayor parte del día en la generación de potencia.

Figura 64

Día 5 de octubre (nublado y lluvioso)



Anexo 14

Data utilizada en el capítulo de resultados

DATA:

https://drive.google.com/drive/folders/140AhvJTqeUa0KpMMX0W9S72naXwcF1Xn?usp=drive_link